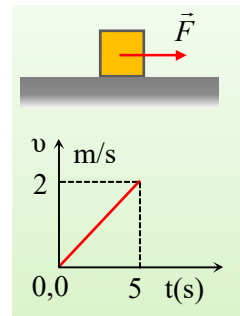


Αλλάζοντας το μέτρο της δύναμης

Ένα σώμα ηρεμεί στη θέση $x_0=10\text{m}$, όταν κάποια στιγμή $t_0=0$ δέχεται την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, με αποτέλεσμα να κινηθεί και στο διάγραμμα βλέπουμε πώς μεταβάλλεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Να υπολογιστούν η επιτάχυνση του σώματος από 0-5s, καθώς και η θέση του σώματος τη στιγμή $t_1=5\text{s}$.

Δίνεται η μάζα του σώματος $m=2\text{kg}$ και το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, στο παραπάνω χρονικό διάστημα $F_1=4\text{N}$.

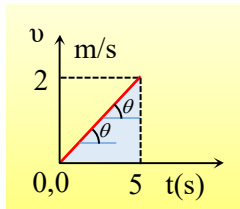


- ii) Αφού αποδείξετε πρώτα ότι το επίπεδο δεν είναι λείο, στη συνέχεια να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκήθηκε στο σώμα, κατά την κίνησή του.
- iii) Τη χρονική στιγμή t_1 , αλλάζουμε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, με αποτέλεσμα τη χρονική στιγμή $t_2=7\text{s}$ το σώμα να περνά από την θέση $x_2=18\text{m}$, να υπολογιστούν:
- α) Το σταθερό μέτρο F_2 της δύναμης για $t > t_1$.
- β) Η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές t_2 και $t_3=10\text{s}$.
- γ) Το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη $\vec{F}$, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 .

Απάντηση:

- i) Η κλίση στο διάγραμμα $v-t$ μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος, ενώ το εμβαδόν του τριγώνου στο διπλανό διάγραμμα, είναι αριθμητικά ίσο με την μετατόπιση του σώματος από 0-5s.

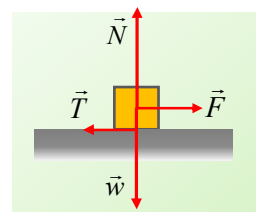
$$\alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{5-0} \text{ m/s}^2 = 0,4 \text{ m/s}^2 \text{ και } \Delta x_1 = \frac{1}{2} \beta \cdot v = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 \text{ m} = 5 \text{ m}$$



Αλλά αν Δx_1 είναι η μετατόπιση του σώματος, θα ισχύει $\Delta x_1 = x_1 - x_0$, οπότε:

$$x_1 = x_0 + \Delta x_1 = 10\text{m} + 5\text{m} = 15\text{m}$$

- ii) Το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε $N=w=mg$, οπότε μας ενδιαφέρουν οι οριζόντιες δυνάμεις αφού αυτές καθορίζεται η κίνηση του σώματος. Αν υποθέσουμε ότι το επίπεδο είναι λείο, τότε το σώμα, με την επίδραση της ασκούμενης δύναμης θα αποκτήσει επιτάχυνση:



$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow a_0 = \frac{F_1}{m} = \frac{4}{2} \text{ m/s}^2 = 2 \text{ m/s}^2.$$

Πράγμα **άτοπο**, αφού παραπάνω υπολογίσαμε επιτάχυνση $\alpha_1=0,4\text{m/s}^2$. Έτσι θα έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_1 - T = ma_1 \rightarrow T = F_1 - ma_1 = 4\text{N} - 2 \cdot 0,4\text{N} = 3,2\text{N}$$

iii) Μετά την αλλαγή του μέτρου της δύναμης και από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x_{12} = x_2 - x_1 = 18\text{m} - 15\text{m} = 3\text{m}$. Αν το μέτρο της δύναμης είναι σταθερό, το σώμα κινείται ξανά με σταθερή επιτάχυνση, οπότε για την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση θα ισχύει για την μετατόπιση η εξίσωση:

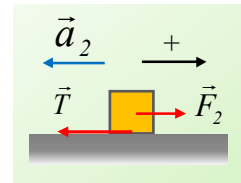
$$\Delta x_{12} = v_1 \cdot (\Delta t) + \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2 \quad (1)$$

Οπότε με αντικατάσταση των τιμών στο S.I. ($\Delta t = t_2 - t_1 = 2\text{s}$) θα πάρουμε:

$$3 = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} a_2 \cdot 2^2 \rightarrow a_2 = -0,5\text{m/s}^2.$$

α) Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \rightarrow F_2 - T = ma_2 = T + ma_2 = 3,2\text{N} + 2 \cdot (-0,5)\text{N} = 2,2\text{N}$$



Ββ) Για την ταχύτητα μετά τη στιγμή t_1 ισχύει η εξίσωση $v = v_1 + a_2 (\Delta t)$ (2)

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) παίρνουμε για τις ταχύτητες τις στιγμές t_2 και t_3 βρίσκουμε:

$$v_2 = v_1 + a_2 (t_2 - t_1) = 2\text{m/s} + (-0,5) \cdot (7 - 5)\text{m/s} = 1\text{m/s} \text{ και}$$

$$v_3 = v_1 + a_2 (t_3 - t_1) = 2\text{m/s} + (-0,5) \cdot (10 - 5)\text{m/s} = -0,5\text{m/s}$$

Τι νόημα έχει η αρνητική ταχύτητα v_3 που υπολογίσαμε; Ότι το σώμα κινείται προς τα αριστερά, πράγμα παράλογο αφού θεωρεί ότι αφού μηδενίστηκε η ταχύτητα του σώματος επιταχύνθηκε προς τα αριστερά, εξαιτίας της τριβής!!! Το σώμα λοιπόν τη στιγμή $t_3 = 10\text{s}$ δεν κινείται, αφού μόλις μηδενιστεί η ταχύτητά του θα παραμείνει ακίνητο στη θέση που βρίσκεται.

γ) Για να βρούμε το ζητούμενο έργο, ας βρούμε προηγούμενα τη θέση που σταμάτησε το σώμα. Θέτοντας στην (2) $v=0$ βρίσκουμε το χρονικό διάστημα (μετά τη στιγμή t_1) που σταματά η κίνηση:

$$v = v_1 + a_2 (\Delta t) \rightarrow (\Delta t) = -\frac{v_1}{a_2} = -\frac{2}{-0,5}\text{s} = 4\text{s}$$

Το σώμα σταματά τη χρονική στιγμή 9s ... Οπότε με αντικατάσταση στην (1) βρίσκουμε για την μετατόπιση Δx_2 του σώματος, μέχρι να σταματήσει:

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot (\Delta t) + \frac{1}{2} a_2 (\Delta t)^2 = 2 \cdot 4\text{m} + \frac{1}{2} (-0,5) \cdot 4^2\text{m} = 4\text{m}$$

Έτσι για το ζητούμενο έργο έχουμε:

$$W = W_1 + W_2 = F_1 \cdot \Delta x_1 + F_2 \cdot \Delta x_2 = 4 \cdot 5\text{J} + 2,2 \cdot 4\text{J} = 28,8\text{J}$$

dmargaris@gmail.com