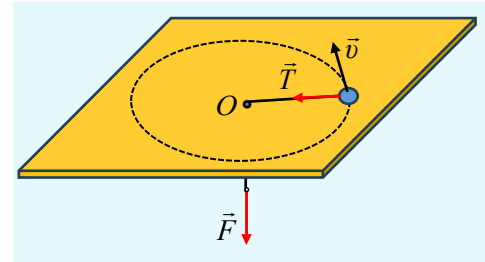


Είναι η επιτάχυνση κεντρομόλος;

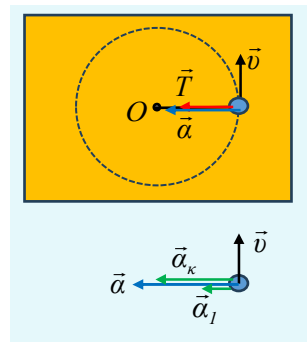
Μια μικρή σφαίρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, πάνω σε ένα λείο τραπέζι, δεμένη στο άκρο νήματος, το οποίο αφού περάσει από μια μικρή οπή στο σημείο O, στο άλλο του άκρο του, ασκούμε μια δύναμη F, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αυξάνουμε σιγά-σιγά το μέτρο της δύναμης F, με αποτέλεσμα να αυξάνουμε και την τάση του νήματος T, που ασκείται στη σφαίρα οπότε έτσι μειώνουμε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς στο μισό της αρχικής. Στη διάρκεια αυτής της αλλαγής:



- Η τάση του νήματος προκαλεί μια επιτάχυνση στη σφαίρα, στη διεύθυνση της ακτίνας, η οποία είναι κεντρομόλος με μέτρο $a = \frac{T}{m} = \frac{v^2}{r}$, όπου v το μέτρο της ταχύτητας σε μια τυχαία θέση και r η αντίστοιχη ακτίνα του κύκλου.
 - Ο στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς το O είναι μηδενικός.
 - Ο στιγμιαίος ρυθμός παραγωγής έργου από την τάση του νήματος (η ισχύς της τάσης T) είναι μηδενικός.
- Χαρακτηρίσετε τις παραπάνω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας σύντομες δικαιολογήσεις.

Απάντηση:

- Ας δούμε τι συμβαίνει με την επιτάχυνση, με βάση το διπλανό σχήμα (σε κάτοψη). Η σφαίρα αποκτά μια επιτάχυνση $\vec{a}$ στη διεύθυνση της τάσης, η οποία κατευθύνεται στο σημείο O. Είναι κεντρομόλος επιτάχυνση αυτή; Αν ήταν τότε θα μετέβαλλε μόνο την διεύθυνση της ταχύτητας, χωρίς να μεταβάλλει καθόλου το μέτρο της ταχύτητας. Το αποτέλεσμα θα ήταν η σφαίρα να εκτελεί κίνηση ομαλή κυκλική σταθερής ακτίνας, χωρίς να μεταβάλλεται κάτι.



Ας πάρουμε τώρα το αντίθετο ενδεχόμενο. Η σφαίρα να μην είχε ταχύτητα και κάποια στιγμή να δεχθεί «τράβηγμα» μέσω του νήματος; Τι θα έκανε θα αποκτούσε επιτάχυνση με φορά προς το O, προς το οποίο θα αποκτούσε ταχύτητα πλησιάζοντάς το, κινούμενη ευθύγραμμα και επιταχυνόμενα, αυξάνοντας διαρκώς την ταχύτητά της, μέσω του έργου της τάσης T.

Τι από τα δύο παραπάνω ενδεχόμενα έχουμε εδώ; Και τα δύο!!! Αλλά τότε, με βάση και το κάτω σχήμα, η επιτάχυνση $\vec{a}$ αναλύεται σε δύο συνιστώσες, με την ίδια διεύθυνση, η μία είναι η κεντρομόλος $\vec{a}_c$, υπεύθυνη για την αλλαγή στη διεύθυνση της ταχύτητας και η άλλη (ας την ονομάσουμε $\vec{a}_t$), υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Η πρόταση είναι σωστή. Για τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς το σημείο O, έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = \tau_r = 0$$

Αφού η τάση του νήματος κατευθύνεται στο Ο, και ο μοχλοβραχίονας της ροπής είναι μηδενικός.

- iii) Η πρόταση είναι λανθασμένη, με βάση την απάντηση στο i) ερώτημα. Το σώμα κινείται και προς το κέντρο Ο, συνεπώς η τάση του νήματος παράγει έργο, σε όλη τη διάρκεια της μείωσης της ακτίνας. Συνεπώς και η ισχύς της δύναμης είναι μη μηδενική.

Ας δούμε το ερώτημα, από μια άλλη οπτική γωνία.

Με βάση το ερώτημα ii) ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι μηδέν ή ισοδύναμα η στροφορμή της σφαίρας ως προς το Ο παραμένει σταθερή. Έτσι αν η σφαίρα κινείται αρχικά σε κυκλική τροχιά ακτίνας R και τελικά σε κύκλο ακτίνας $\frac{1}{2}R$, από την διατήρηση της στροφορμής θα έχουμε:

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \rightarrow mv_1 R = mv_2 \cdot \frac{R}{2} \rightarrow v_2 = 2v_1$$

Αλλά τότε άλλαξε και η κινητική ενέργεια της σφαίρας και παίρνοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. βρίσκουμε για το έργο της τάσης του νήματος:

$$W_T = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \cdot 4v_1^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 3\frac{1}{2}mv_1^2.$$

dmargaris@gmail.com