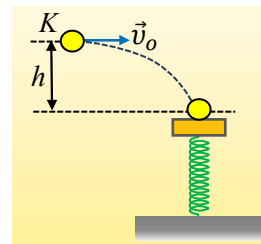


### Μετά την πλάγια κρούση μια αατ

Ένας δίσκος, μάζας  $m$ , ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Μια λεία σφαίρα, της ίδιας μάζας, εκτοξεύεται οριζόντια από ένα σημείο K, το οποίο βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση  $h$ , πάνω από το δίσκο, οπότε μετά από λίγο συγκρούεται ελαστικά με το δίσκο. Μετά την κρούση βλέπουμε το δίσκο να εκτελεί μια κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση.



i) Τι κίνηση θα εκτελέσει η σφαίρα μετά την κρούση με το δίσκο;

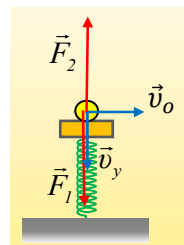
ii) Η ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου, μετά την κρούση είναι ίση:

$$\alpha) E < mgh, \quad \beta) E = mgh, \quad \gamma) E > mgh.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

#### Απάντηση:

i) Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, οπότε φτάνοντας στο δίσκο έχει μια ταχύτητα, την οποία μπορούμε να αναλύσουμε στις συνιστώσες  $\vec{v}_x = \vec{v}_0$ , αφού η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση παραμένει σταθερή και μια κατακόρυφη συνιστώσα  $\vec{v}_y$ , όπως στο σχήμα. Κρούση έχουμε εξαιτίας της συνιστώσας  $\vec{v}_y$ , αφού λόγω αυτής, η σφαίρα θα δεχτεί δύναμη  $\vec{F}_2$ , αντίθετης κατεύθυνσης (προς τα πάνω) η οποία θα μεταβάλει την ταχύτητα της σφαίρας, ενώ η αντίδρασή της  $\vec{F}_1$ , μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω, θα εκτρέψει το δίσκο, από την θέση ισορροπίας του, θα του προσφέρει ενέργεια, με αποτέλεσμα τελικά να εκτελέσει αατ. Αν λοιπόν εστιάσουμε στην κρούση για τις ταχύτητες στην κατακόρυφη διεύθυνση, τα δυο σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες, αφού έχουν ίσες μάζες, με αποτέλεσμα, αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα να έχει μόνο οριζόντια ταχύτητα ίση με  $\vec{v}_0$  εκτελώντας μια νέα οριζόντια βολή, ενώ ο δίσκος ταχύτητα μέτρου  $v_y$  η οποία θα είναι και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.



ii) Αν η σφαίρα, αμέσως μετά την κρούση έχει οριζόντια ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , ίση με την ταχύτητα εκτόξευσης στο σημείο K, τότε όλη η αρχική δυναμική ενέργεια  $U = mgh$ , που είχε στο K, έχει μεταφερθεί στην πλάκα σαν κινητική ενέργεια, η οποία θα είναι ίση με την ενέργεια με την οποία θα ταλαντωθεί, στη συνέχεια.

Ας το δούμε αναλυτικά και με χρήση εξισώσεων:

Ας εφαρμόσουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωμάτων (+το ελατήριο), μεταξύ της αρχικής κατάστασης, όπου η σφαίρα έχει εκτοξευτεί με ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , και της θέσης του αμέσως μετά την κρούση, θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το δίσκο ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. (τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων).

$$K_{\sigma,ap} + U_{\beta,αρχ} + U_{ελ} = K_{\sigma,τελ} + K_{\delta,τελ} + U_{\beta,σ} + U_{ελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}mv_{max}^2 + 0 + \frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \rightarrow$$

$$E_{\tau} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = mgh$$

Σωστό το β).

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)