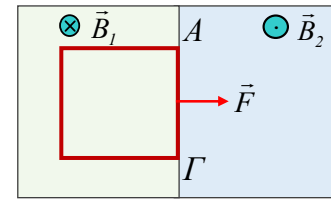


Το πλαίσιο αλλάζει μαγνητικό πεδίο

Ένα τετράγωνο ομογενές αγωγίμο πλαίσιο πλευράς $l=1\text{m}$, με αντίσταση $R=0,4\Omega$ και μάζα $m=0,4\text{kg}$, σύρεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση. Στο χώρο υπάρχουν δύο περιοχές όπου έχουμε δύο ομογενή κατακόρυφα μαγνητικά πεδία, με εντάσεις $B_1=B_2=1\text{T}$, αντίθετης φοράς, όπως στο σχήμα (σε κάτωψη). Το πλαίσιο εισέρχεται στο δεύτερο πεδίο τη στιγμή $t_0=0$ με ταχύτητα $v_0=0,5\text{m/s}$ και ελάχιστα πριν (τη στιγμή t_0^-) το μέτρο της δύναμης είναι ίσο με $F_0=0,4\text{N}$.



i) Για τη στιγμή t_0^- να υπολογιστούν η τάση στιγμή V_{AG} , καθώς και η επιτάχυνση του πλαισίου.

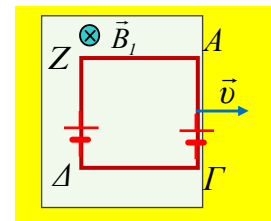
Για την χρονική στιγμή $t_1=0,5\text{s}$, να βρεθούν:

- ii) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο και ο ρυθμός μεταβολής της ροής αυτής, κατ' απόλυτο τιμή.
- iii) Η διαφορά δυναμικού V_{AG} και ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο πλαίσιο, εξαιτίας του φαινομένου Joule.
- iv) Αφού υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το πλαίσιο από το μαγνητικό πεδίο να βρεθεί στη συνέχεια η ισχύς της δύναμης F και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του πλαισίου.

Απάντηση:

- i) Πριν μπει το πλαίσιο στο δεύτερο πεδίο, κινείται μέσα στο πεδίο έντασης B_1 , οπότε στην πλευρά AG αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή, με πολικότητα, όπως στο σχήμα, ίση με:

$$E_0 = B_1 v_0 l = 1 \cdot 0,5 \cdot 1\text{V} = 0,5\text{V}$$



Αλλά ίση ΗΕΔ από επαγωγή αναπτύσσεται και στην πλευρά $Z\Delta$, με αποτέλεσμα η ολική ΗΕΔ από επαγωγή να είναι μηδενική και το πλαίσιο να μην διαρρέεται από ρεύμα. Από μια άλλη οπτική γωνία, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι σταθερή με αποτέλεσμα η ΗΕΔ στο πλαίσιο να είναι μηδενική. Κατά συνέπεια η τάση AG είναι ίση και με την ΗΕΔ E_0 , δηλαδή $V_{AG}=0,5\text{V}$.

Αλλά αφού το πλαίσιο δεν διαρρέεται από ρεύμα, δεν δέχεται δύναμη από το μαγνητικό πεδίο και από το 2° νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{0,4}{0,4} \text{m/s}^2 = 1 \text{m/s}^2$$

- ii) Αφού το πλαίσιο σύρεται με σταθερή επιτάχυνση, τη χρονική στιγμή t_1 θα έχει μετατοπισθεί κατά x_1 μέσα στο πεδίο έντασης B_2 , όπου:

$$x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 = 0,5 \cdot 0,5 \text{m} + \frac{1}{2} 1 \cdot 0,5^2 \text{m} = \frac{3}{8} \text{m}$$

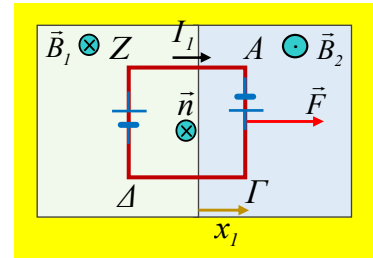
Έχοντας ταχύτητα:

$$v_l = v_0 + at_l = 0,5 \text{ m/s} + 1 \cdot 0,5 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

Παίρνοντας την κάθετη στο πλαίσιο να έχει την κατεύθυνση της έντασης B_1 , όπως φαίνεται στο σχήμα, θα έχουμε για την μαγνητική ροή που περνάει από την επιφάνεια του πλαισίου, τη στιγμή t_1 :

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = B_1 A_1 \sin 0^\circ + B_2 A_2 \sin 180^\circ = B_1 (l - x_l) l - B_2 l x_l \rightarrow$$

$$\Phi = l \cdot \left(l - \frac{3}{8} \right) \cdot 1 \text{ Wb} - 1 \cdot 1 \cdot \frac{3}{8} \text{ Wb} = 0,25 \text{ Wb}$$



Ο ρυθμός μεταβολής της ροής (κατ' απόλυτο τιμή) είναι ίσος με την ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο. Εδώ αναπτύσσονται δύο ΗΕΔ μια στην πλευρά ΖΔ και μια στην ΑΓ, με πολικότητες όπως έχουν σημειωθεί στο σχήμα. Έτσι έχουμε:

$$\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = |E_{\text{επ}}| = E_{Z\Delta} + E_{\Gamma A} = B_1 v_l l + B_2 v_l l = 1V + 1V = 2V$$

$$\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = 2 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

Αφού οι δύο ΗΕΔ προστίθενται, μιας και τείνουν να δώσουν ρεύμα της ίδιας φοράς στο πλαίσιο.

iii) Αφού στο πλαίσιο αναπτύσσεται συνολικά ΗΕΔ $E=2V$, θα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_l = \frac{|E_{\text{επ}}|}{R} = \frac{2V}{0,4\Omega} = 5A$$

Με φορά από το Ζ στο Α, όπως έχει σημειωθεί στο παραπάνω σχήμα.

Αλλά τότε, λαμβάνοντας υπόψη ότι το πλαίσιο είναι ομογενές, κάθε πλευρά του, όπως η ΑΓ, έχει αντίσταση $r = \frac{1}{4} R = 0,1\Omega$, οπότε για την τάση στην πλευρά ΑΓ θα έχουμε:

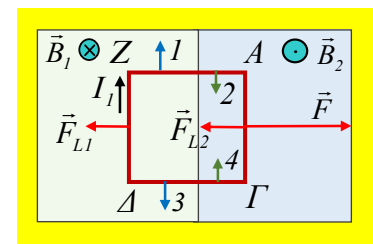
$$V_{\Gamma A} = E_{\Gamma A} - I_l r = 1V - 5 \cdot 0,1V = 0,5V \rightarrow$$

$$V_{A\Gamma} = -0,5V$$

Ενώ ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας στο πλαίσιο, θα είναι ίσος:

$$\frac{dQ_{\theta}}{dt} = P_Q = I_l^2 R = 5^2 \cdot 0,4 \text{ J/s} = 10 \text{ J/s}.$$

iv) Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο πλαίσιο τη στιγμή t_1 . Για τις δυνάμεις Laplace στις πλευρές ΖΑ και ΔΓ, (η κάθε μία δέχεται δύο δυνάμεις από τα δύο πεδία) ανά δύο οι δυνάμεις (1-3 και 2-4) δίνουν μηδενική συνισταμένη, οπότε τελικά απομένουν οι δυο δυνάμεις στη διεύθυνση της κίνησης η F_{L1} και F_{L2} στις πλευρές ΔΖ και ΑΓ. Για τα μέτρα τους έχουμε:



$$F_{L1} = B_l I_l l = 1 \cdot 5 \cdot 1 \text{ N} = 5 \text{ N} = F_{L2}$$

Έτσι από το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = ma \rightarrow F - F_{L1} - F_{L2} = ma \rightarrow$$

$$F_l = 2F_{L1} + ma = 2 \cdot 5N + 0,4 \cdot 1N = 10,4N$$

Η ισχύς της δύναμης, ίση με τον ρυθμό με τον οποίο παρέχει ενέργεια στο πλαίσιο είναι:

$$\frac{dW_F}{dt} = P_l = F_l v = 10,4 \cdot 1 \text{ J/s} = 10,4 \text{ J/s}$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του πλαισίου είναι ίσος:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = P_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot v = mav = 0,4 \cdot 1 \cdot 1 \text{ J/s} = 0,4 \text{ J/s}$$

Σχόλια:

- Αξίζει να επιβεβαιωθεί η αρχή διατήρησης της ενέργειας, με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα για τη στιγμή t_1 .
- Για τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης προτείνεται στο ii) να βρεθεί η συνάρτηση της μαγνητικής ροής σε συνάρτηση με το χρόνο και στη συνέχεια να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή με παραγωγή. Τι λέτε, θα δοκιμάσετε;

dmargaris@gmail.com