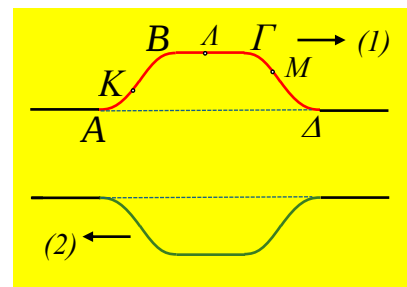
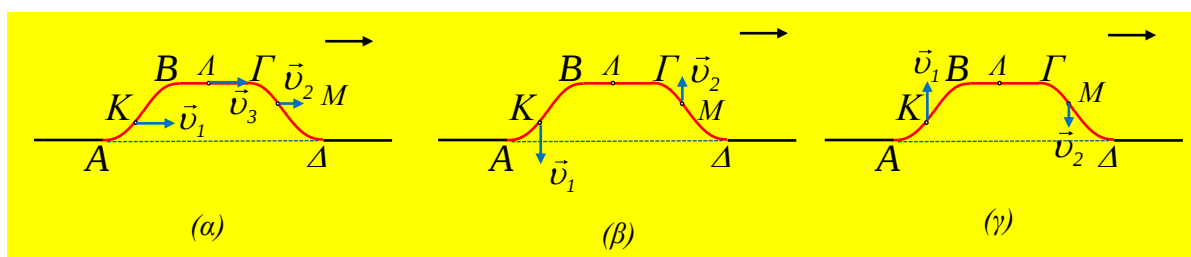


Και αν συμβάλουν δυο περίεργοι παλμοί;

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και προς τα δεξιά, διαδίδεται ένας συμμετρικός παλμός ΑΒΓΔ (1) (τα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι συμμετρικά ως προς την κατακόρυφο που περνά από το μέσον Λ της ΒΓ). Δίνεται επίσης ότι οι συναρτήσεις που περιγράφουν τα παραπάνω τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι αρμονικές, ενώ το τμήμα ΒΓ είναι παράλληλο προς το τμήμα ΑΔ.



i) Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχουν σημειωθεί σωστά οι ταχύτητες των σημείων Κ, Λ και Μ;



ii) Αν στην ίδια περιοχή ΑΔ έχει φτάσει και ένας δευτερος αντεστραμμένος «όμοιος» παλμός (2), ο οποίος διαδίδεται προς τα αριστερά, όπως στο δεύτερο σχήμα:

α) Να δείξετε τη μορφή του μέσου στην περίπτωση αυτή.

β) Πάνω στο σχήμα που θα κατασκευάσετε, να σημειώστε τις θέσεις των σημείων Κ, Λ και Μ και να σχεδιάσετε τις ταχύτητές τους.

γ) Αν στην θέση Κ πάρουμε μια στοιχειώδη μάζα dm και K_1 η κινητική της ενέργεια εξαιτίας του παλμού (1), ενώ K_2 η κινητική της ενέργεια στην περίπτωση τη συμβολής, ισχύει:

$$\gamma_1) K_2=K_1, \quad \gamma_2) K_2=2 K_1, \quad \gamma_3) K_2=3 K_1, \quad \gamma_4) K_2=4 K_1.$$

iii) **Για καθηγητές:** Πόση δυναμική ενέργεια έχει η παραπάνω μάζα dm στη θέση Κ εξαιτίας του παλμού (1);

Απάντηση:

i) Αφού ο παλμός διαδίδεται προς τα δεξιά, το σημείο Μ σε λίγο θα βρεθεί στην θέση που βρίσκεται το σημείο Γ. Συνεπώς έχει ταχύτητα μέτρου v_2 με κατεύθυνση προς τα πάνω. Με την ίδια συλλογιστική το σημείο Κ θα βρεθεί στην θέση ισορροπίας του (όπως το σημείο Α), συνεπώς έχει ταχύτητα μέτρου v_1 αλλά με αντίθετη κατεύθυνση, προς τα κάτω. Και το σημείο Λ, πού θα βρίσκεται μετά από λίγο; Στη θέση που βρίσκεται κάποιο σημείο στα αριστερά του, όπως για παράδειγμα το σημείο Β. Αλλά οι απομακρύνσεις των σημείων Β και Λ είναι ίσες, συνεπώς δεν θα έχει αλλάξει η απομάκρυνσή του από την θέση ισορροπίας του, πράγμα που σημαίνει ότι η ταχύτητά του είναι μηδενική. Σωστό το (β) σχήμα.

ii) Στην περίπτωση που στην ίδια περιοχή διαδίδεται και ο δεύτερος παλμός, με βάση την αρχή της επαλληλίας

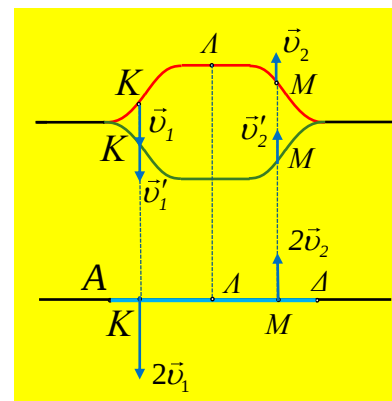
κάθε σημείο της περιοχής ΑΔ θα έχει απομάκρυνση:

$$y = y_1 + y_2$$

α) Όμως οι δύο παλμοί είναι «όμοιοι», απλά ο 2^{ος} αντεστραμμένος, οπότε για όλα τα σημεία της περιοχής ΑΔ, θα έχουμε μηδενική απομάκρυνση και η μορφή θα είναι αυτή του δεύτερου από τα διπλανά σχήματα, όπου το μέσον δεν παρουσιάζει καμιά παραμόρφωση στην περιοχή ΑΔ.

β) Αλλά και για τις ταχύτητες των σημείων του μέσου (ας το δούμε για το σημείο Κ), από την αρχή της επαλληλίας παίρνουμε:

$$\vec{v}_K = \vec{v}_1 + \vec{v}'_1$$



Όπου αφού η απομάκρυνση του Κ εξαιτίας του παλμού προς τα αριστερά, είναι αντίθετη με την αντίστοιχη απομάκρυνση για τον παλμό (1), για τα μέτρα τους θα ισχύει $v_1 = v'_1$, ενώ λαμβάνοντας υπόψη την φορά διάδοσης, αυτές οι δύο ταχύτητες έχουν φορά προς τα κάτω. Τότε όμως το σημείο Κ έχει ταχύτητα $\vec{v}_K = 2\vec{v}_1$. Το ίδιο ισχύει και για το σημείο Μ, απλά η ταχύτητά του είναι προς τα πάνω, όπως έχει σημειωθεί στο σχήμα. Αντίθετα το σημείο Λ έχει μηδενική ταχύτητα, αφού μηδενική είναι η ταχύτητά του εξαιτίας και των δύο παλμών.

γ) Με βάση τα παραπάνω για την κινητική ενέργεια μιας σημειακής μάζας στο σημείο Κ, μετά την συμβολή, θα έχουμε:

$$K_2 = \frac{1}{2} dm \cdot v_K^2 = \frac{1}{2} dm \cdot (2v_1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} dm \cdot v_1^2 = 4 \cdot K_1$$

Σωστό το γ₄).

iii) Σε κάθε παλμό ή κύμα πάνω σε μια χορδή, κάθε στοιχειώδες τμήμα του μέσου (το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο αμελητέων διαστάσεων) έχει δυναμική ενέργεια ίση με την κινητική ($dK=dU$). Έτσι εδώ, η δυναμική ενέργεια μιας στοιχειώδους μάζας στη θέση Κ θα είναι ίση:

$$U_K = K_1 = \frac{1}{2} dm \cdot v_1^2$$

Ας προστεθεί εδώ, ότι η αντίστοιχη μάζα στο σημείο Λ θα έχει μηδενική κινητική και μηδενική δυναμική ενέργεια! Στην περιοχή ΒΓ δεν υπάρχει κάποια παραμόρφωση του μέσου, κάποια επιμήκυνση σε σχέση με το αρχικό μήκος του τμήματος, πριν φτάσει ο παλμός. Δεν είναι τυχαίο ότι και κατά την παραπάνω συμβολή, το σημείο Λ συνεχίζει να έχει μηδενική ενέργεια...

Σχόλιο:

Γιατί να συμβαίνει αυτό; Την απάντηση μπορείτε να δείτε σε δυο παλιότερες αναρτήσεις:

Η ενέργεια και η ισχύς σε ένα αρμονικό κύμα.

Η ενέργεια ενός παλμού.

dmargaris@gmail.com