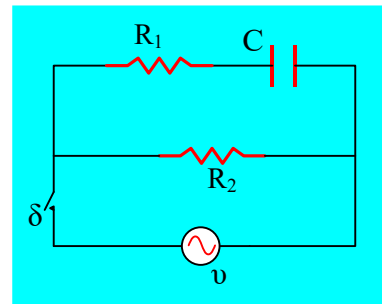
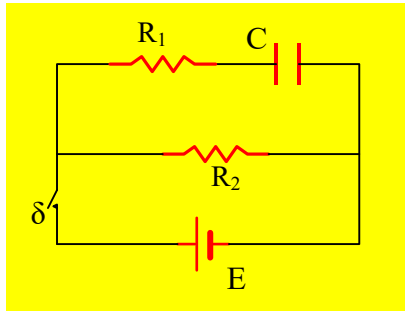


Ίδιο κύκλωμα, διαφορετική πηγή.

Σαν συνέχεια της πρόσφατης ανάρτησης «[Αντί για ένα πηνίο, ένας πυκνωτής](#)», όπου μελετήθηκε το πρώτο κύκλωμα αριστερά, όταν τροφοδοτείται από μια πηγή συνεχούς τάσης, ας δούμε το ίδιο κύκλωμα, δεξιά, όταν συνδέεται με μια εναλλασσόμενη τάση.



Έστω λοιπόν ότι για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται $R_1=5\Omega$, $R_2=10\Omega$, ο πυκνωτής έχει εμπίεση $Z_c=5\sqrt{3}\Omega$, ενώ η τάση του εναλλακτήρα δίνεται από την εξίσωση $v=20\eta\mu(400t)$ (μονάδες στο S.I.).

- i) Να βρεθεί η εξίσωση $i=f(t)$ της έντασης του ρεύματος που διαρρέει κάθε κλάδο του κυκλώματος.
- ii) Να υπολογιστεί η μέση ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα.

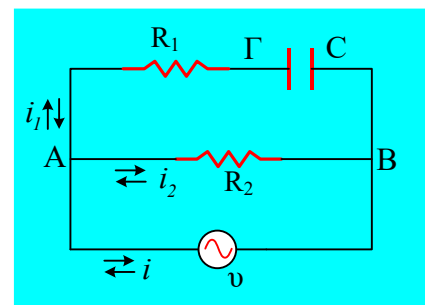
- iii) Να υπολογιστεί η στιγμιαία ισχύς του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{13\pi}{1200}s$.

Απάντηση:

- i) Έστω i , i_1 και i_2 οι στιγμιαίες εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους τρεις κλάδους του κυκλώματος, όπως στο σχήμα, όπου I , I_1 και I_2 τα αντίστοιχα πλάτη.

Ο κλάδος AB περιέχει μια αντίσταση, όπου τάση και ένταση είναι μεγέθη συμφασικά, οπότε ισχύει ο νόμος του Ohm:

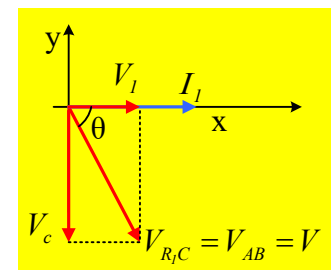
$$i_2 = \frac{v_{AB}}{R_2} = \frac{v}{R_2} = \frac{20 \cdot \eta\mu(400t)}{10} = 2 \cdot \eta\mu(400t) \quad (S.I.)$$



Σχεδιάζοντας ένα διανυσματικό διάγραμμα για τις τάσεις στον κλάδο ΑΓΒ, όπου η ένταση του ρεύματος είναι συμφασική με την τάση στα άκρα της αντίστασης R_1 , ενώ προηγείται κατά $\pi/2$ της τάσης στους οπλισμούς του πυκνωτή, παίρνουμε το διπλανό σχήμα. Από Π.Θ. παίρνουμε:

$$V^2 = V_l^2 + V_c^2 \rightarrow V^2 = I_l^2 R_l^2 + I_l^2 Z_c^2 \rightarrow$$

$$I_l = \frac{V}{\sqrt{R_l^2 + Z_c^2}} = \frac{20V}{\sqrt{5^2 + (5\sqrt{3})^2} \Omega} = \frac{20V}{10\Omega} = 2A$$



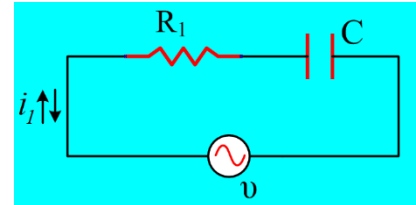
Ενώ για την γωνία θ , έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{V_c}{V_2} = \frac{I_2 Z_c}{I_2 R_2} = \frac{Z_c}{R_2} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

Αλλά τότε η εξίσωση για την στιγμιαία ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κλάδο ΑΓΒ είναι:

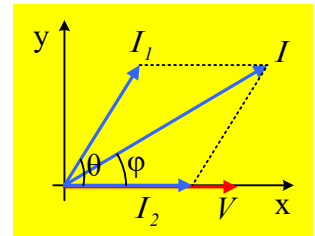
$$i_l = 2 \cdot \eta\mu\left(400t + \frac{\pi}{3}\right) \quad (S.I.)$$

Παρατήρηση: Παραπάνω δεν κάναμε τίποτα περισσότερο από το να μελετήσουμε το διπλανό κύκλωμα, όπου με βάση τη θεωρία για κύκλωμα RC σε σειρά, έχουμε:



$$I_l = \frac{V}{\sqrt{R_l^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi\theta = -\frac{I}{R_l}$$

Ας κάνουμε τώρα ένα διανυσματικό διάγραμμα για τα πλάτη των εντάσεων του ρεύματος, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου έχουμε μεταφέρει στον άξονα x το πλάτος της τάσης V, οπότε το πλάτος της έντασης I_l προηγείται κατά $\pi/3$, ενώ συμφασικό με την τάση είναι το πλάτος I_2 . Τότε από τον σχηματιζόμενο ρόμβο παίρνουμε για το πλάτος της ολικής έντασης του ρεύματος:



$$I = \sqrt{I_l^2 + I_2^2 + 2I_l I_2 \cos\theta} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}} A = 2\sqrt{3} A$$

Ενώ $\varphi = \frac{1}{2}\theta = \pi/6$. Αλλά τότε:

$$i = 2\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(400t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (S.I.)$$

Δεν μας αρέσει η παραπάνω μελέτη με χρήση περιστρεφόμενων διανυσμάτων; Ισχύει πάντα ο 1ος κανόνας του Kirchhoff:

$$\begin{aligned} i &= i_l + i_2 = 2\eta\mu(400t) + 2\eta\mu\left(400t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \\ i &= 2 \cdot 2\eta\mu\left(\frac{400t + 400t + \pi/3}{2}\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{400t - 400t - \pi/3}{2}\right) \rightarrow \\ i &= 4 \cdot \eta\mu\left(400t + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(-\pi/3\right) = 2\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(400t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (S..I.) \end{aligned}$$

- ii) Η μέση ισχύς του πυκνωτή είναι μηδενική, οπότε ηλεκτρική ενέργεια καταναλώνεται μόνο στις αντιστάσεις, η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα:

$$\bar{P} = I_{l,\varepsilon\nu}^2 R_l + I_{2,\varepsilon\nu}^2 R_2 = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 5W + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 10W = 30W$$

Βέβαια υπάρχει πάντα και η κλασσική συνταγή, με την βοήθεια του συντελεστή ισχύος:

$$\bar{P} = V_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \sigma \nu \varphi = \frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} W = 30W$$

iii) Η στιγμιαία ισχύς στον πυκνωτή, βρίσκεται από την σχέση:

$$P_c = v_c \cdot i_2$$

Με τη βοήθεια των στιγμιαίων τιμών τάσης πυκνωτή και έντασης. Αλλά με την βοήθεια του διανυσματικού διαγράμματος τάσεων, έχουμε για την στιγμιαία τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή:

$$v_c = V_c \cdot \eta\mu\left(400t - \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) = I_2 Z_c \cdot \eta\mu\left(400t - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow$$

$$v_c = 10\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(400t - \frac{\pi}{6}\right) \quad (S.I.)$$

Με αντικατάσταση:

$$P_c = v_c \cdot i_l = 10\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(400t - \frac{\pi}{6}\right) \cdot 2 \cdot \eta\mu\left(400t + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow$$

$$P_c = 20\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(400 \cdot \frac{13\pi}{1200} - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \eta\mu\left(400 \cdot \frac{13\pi}{1200} + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow$$

$$P_c = 20\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(4\pi + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \eta\mu\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 20\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow$$

$$P_c = 20\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} W = 15W$$

dmargaris@gmail.com