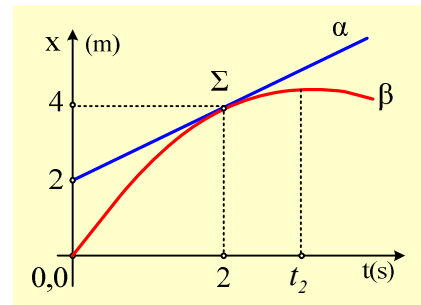


Γραφική παράσταση σε κοινούς άξονες

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου κινούνται δύο κινητά α και β. Παίρνοντας ένα προσανατολισμένο άξονα x και κάποια στιγμή ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t=0$) χαράξαμε σε κοινούς άξονες τις γραφικές παραστάσεις για τη θέση κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας το διπλανό διάγραμμα. Δίνεται ότι η ευθεία μπλε γραμμή για την θέση του α κινητού, εφάπτεται στην κόκκινη καμπύλη για την θέση του β κινητού, το οποίο κινείται με σταθερή επιτάχυνση.



- i) Αφού εξηγήσετε γιατί τα δύο κινητά τη στιγμή $t_1=2s$ έχουν ίσες ταχύτητες, να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της πρότασης:

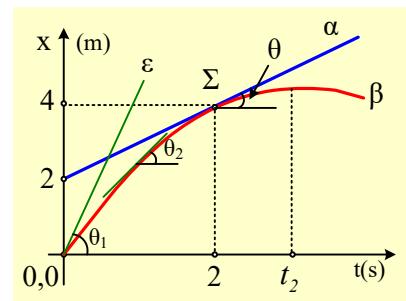
«Το β κινητό έχει μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα από το α κινητό»,

χωρίς να προβείτε σε υπολογισμούς.

- ii) Να υπολογίσετε τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες των δύο κινητών τη στιγμή t_1 .
 iii) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα και την σταθερή επιτάχυνση το β κινητού.
 iv) Ποια χρονική στιγμή t_2 η καμπύλη της θέσης του β κινητού, παρουσιάζει μέγιστο; Να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των κινητών τη στιγμή αυτή.

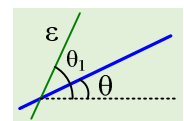
Απάντηση:

- i) Το α κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα v_1 , την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε από την σταθερή κλίση της ευθείας. Αλλά αν με τον ίδιο τρόπο, θέλουμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα του β κινητού τη στιγμή t_1 θα πρέπει να χαράξουμε την εφαπτόμενη της καμπύλης και να βρούμε την κλίση της. Αλλά η εφαπτόμενη που θα χαράξουμε θα ταυτίζεται με την γραφική παράσταση της $x=x_1(t)$ οπότε η γωνία θ στο σχήμα είναι η κοινή γωνία που μετράει την κλίση και της ευθείας και τη εφαπτόμενης στην παραβολή, συνεπώς οι δυο ταχύτητες είναι ίσες.



Η κλίση της ευθείας παραμένει σταθερή, αλλά η κλίση της παραβολής για την γραφική παράσταση της θέσης του β κινητού, μειώνεται με την πάροδο του χρόνου, $\theta_1 > \theta_2 > \theta$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα του β κινητού μειώνεται από κάποια μεγαλύτερη αλγεβρική τιμή για να φτάσει τη στιγμή t_1 να γίνει ίση με την ταχύτητα v_1 το α κινητού. Η πρόταση είναι σωστή.

Εναλλακτικά αν φέρουμε την ευθεία ϵ εφαπτόμενη στην παραβολή τη στιγμή $t=0$, αυτή τέμνει την ευθεία για την γραφική παράσταση του α, πράγμα που σημαίνει ότι έχει μεγαλύτερη κλίση, όπως φαίνεται (σε μεγέθυνση) στο δίπλα σχήμα, η γωνία θ_1 είναι μεγαλύτερη από την γωνία θ . Συνεπώς $v_{0\beta} > v_{0\alpha} = v_1$.



- ii) Το κινητό α, μετατοπίζεται κατά $\Delta x_1 = x_1 - x_{01} = 4m - 2m = 2m$, ενώ κινείται με σταθερή ταχύτητα:

$$v_l = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2m}{2s} = 1m/s$$

Το β κινητό έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x_2 = x_2 - x_{02} = 4m - 0 = 4m$, ενώ με βάση το προηγούμενο ερώτημα τη στιγμή t_1 έχει ταχύτητα $v_{1\beta} = 1m/s$.

iii) Αφού το κινητό β, έχει σταθερή επιτάχυνση, εκτελεί κίνηση ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις για ταχύτητα και μετατόπιση:

$$v_\beta = v_{0\beta} + at \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x_\beta = x_\beta - x_{0\beta} = v_{0\beta}t + \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Για να μην χαθούμε στις πράξεις... ας κάνουμε μια μικρή υποχώρηση... και ας κάνουμε αντικατάσταση αριθμητικών δεδομένων στο S.I. για τη στιγμή t_1 , οπότε οι εξισώσεις γίνονται:

$$1 = v_{0\beta} + a \cdot 2 \quad (1\alpha) \quad \text{και} \quad 4 = v_{0\beta} \cdot 2 + \frac{1}{2}a \cdot 2^2 \quad (2\alpha)$$

Με αφαίρεση κατά μέλη $(2^\alpha) - (1^\alpha)$ παίρνουμε:

$$2v_{0\beta} + 2a - v_{0\beta} - 2a = 4 - 1 \rightarrow v_{0\beta} = 3m/s \quad \text{και από } (1^\alpha):$$

$$1 = 3 + 2a \rightarrow a = -1m/s^2.$$

iv) Αν φέρουμε την επαπτόμενη στο μέγιστο της γραφικής παράστασης για την θέση το β κινητού, στο μέγιστο της παραβολής, αυτή είναι παράλληλη στον άξονα των χρόνων πράγμα που σημαίνει ότι τη στιγμή t_2 μηδενίζεται η ταχύτητά του. Εξάλλου αν παρατηρήσουμε τις τιμές της θέσης x , μέχρι τη στιγμή t_1 το κινητό απομακρύνεται από την αρχή του άξονα, ενώ στη συνέχεια κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα και μειώνεται το x . Άρα η ταχύτητά του μεταβάλλεται από θετική, πριν τη στιγμή t_2 σε αρνητική αμέσως μετά, συνεπώς μηδενίζεται τη στιγμή t_2 . Αλλά τότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε (μονάδες στο S.I.):

$$v_\beta = v_{0\beta} + at \rightarrow 0 = 3 - 1 \cdot t_2 \rightarrow t_2 = 3s$$

Τη στιγμή αυτή τα δύο κινητά έχουν φτάσει στις θέσεις:

$$\Delta x_a = v_l \cdot t_2 = 1 \cdot 3m = 3m \rightarrow x_a = x_{0a} + \Delta x_a = 2m + 3m = 5m \quad \text{και}$$

$$x_\beta = v_{0\beta} \cdot t + \frac{1}{2}at^2 = 3 \cdot 3m + \frac{1}{2}(-1) \cdot 3^2 m = 4,5m$$

Οπότε η απόσταση μεταξύ τους είναι:

$$d = x_a - x_\beta = 5m - 4,5m = 0,5m$$

