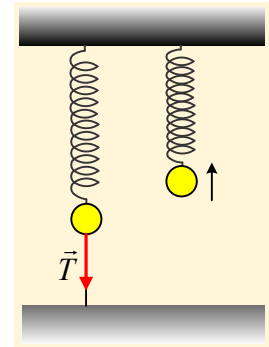


Επιτάχυνση και δυναμική ενέργεια

Ένα σώμα ισορροπεί, όπως στο σχήμα, στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, ενώ ταυτόχρονα συνδέεται με το έδαφος με νήμα η τάση του οποίου είναι ίση με το μισό του βάρους του σώματος. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί προς τα πάνω εκτελώντας μια κατακόρυφη αατ.



- i) Αν g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε το μέγιστο μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα είναι:

α) $a < 0,5g$, β) $a = 0,5g$, γ) $a > 0,5g$.

- ii) Αν U_1 η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και U_2 η αντίστοιχη μέγιστη δυναμική του ελατηρίου ισχύει:

α) $U_2 = U_1$, β) $U_2 = 3U_1$, γ) $U_2 = 6U_1$, δ) $U_2 = 9U_1$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

- i) Στην αρχική θέση ισορροπίας το σώματος, πριν κοπεί το νήμα, ασκούνται στο σώμα οι δυνάμεις όπως στο διπλανό σχήμα. Από την ισορροπία το σώματος, παίρνουμε:

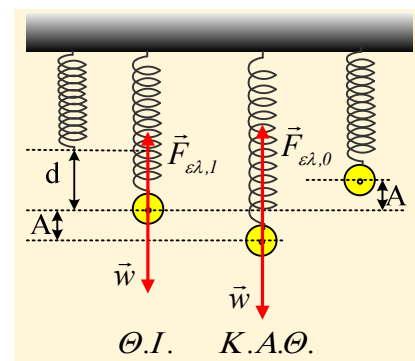
$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} = w + T \rightarrow k\Delta l = 1,5mg \quad (1)$$

Τη στιγμή που κόβεται το νήμα, το σώμα ξεκινά να ταλαντώνεται από θέση πλάτους όπου έχουμε και μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση, αφού $a = -\omega^2 x$. Αλλά με θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση, έχουμε για την επιτάχυνση:

$$\Sigma \vec{F} = ma \rightarrow F_{ελ} - w = ma \rightarrow 1,5mg - mg = ma \rightarrow a = a_{max} = 0,5g$$

Σωστό το β)

- ii) Η θέση που ξεκινά η ταλάντωση, η κάτω ακραία θέση, είναι ταυτόχρονα θέση μέγιστης δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, αλλά και θέση μέγιστης δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, αφού στην θέση αυτή το ελατήριο, έχει την μέγιστη επιμήκυνση, ενώ καθώς κινείται προς τα πάνω η παραμόρφωσή του μειώνεται. Η παραμόρφωση του ελατηρίου, στην πάνω ακραία θέση είναι μικρότερη, αφού, με βάση το διπλανό σχήμα έχουμε:



Στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης το ελατήριο έχει μια επιμήκυνση d , όπου:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ,1} = w \rightarrow kd = mg \rightarrow d = \frac{mg}{k}$$

Στην κάτω ακραία θέση το ελατήριο έχει μια επιπλέον επιμήκυνση ίση με το πλάτος A της ταλάντωσης,

όπου με βάση την σχέση (1):

$$F_{ελ,0} = F_{ελ} = 1,5mg \rightarrow k(d + A) = 1,5mg \rightarrow A = \frac{mg}{2k} = \frac{1}{2}d$$

Αλλά τότε στην πάνω ακραία θέση το ελατήριο έχει επιμήκυνση $d-A = \frac{1}{2}d$.

Με βάση αυτά, η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωση είναι ίση:

$$U_1 = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}kd^2$$

Ενώ η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, είναι ίση:

$$U_2 = \frac{1}{2}k(\Delta l_{max})^2 = \frac{1}{2}k(d + A)^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{3}{2}d\right)^2 = \frac{9}{8}kd^2 = 9 \cdot \frac{1}{8}kd^2 \rightarrow$$

$$U_2 = 9U_1$$

Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com