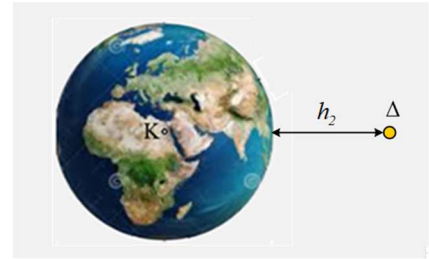


Δύο + μία πτώσεις σώματος.

Ένα μικρό σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ορισμένο ύψος από την επιφάνειά της.



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης, όταν το ύψος είναι $h_1=5m$.
- ii) Το ίδιο σώμα αφήνεται να πέσει από ύψος $h_2=R_T$.
 - α) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση με την οποία θα ξεκινήσει την πτώση του.
 - β) Ποια η ταχύτητά του μετά από πτώση 5m;
 - γ) Με ποια ταχύτητα το σώμα φτάνει στην επιφάνεια της Γης;

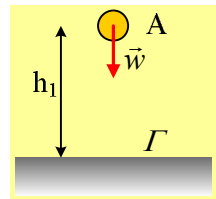
Στα παραπάνω θεωρούμε τη Γη ακίνητη, σε πολύ μεγάλη απόσταση από όλα τα άλλα ουράνια σώματα, χωρίς ατμόσφαιρα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας κοντά στην επιφάνειά της είναι ίση με $10m/s^2$ και η ακτίνα της $R_T=6.400km$.

Απάντηση:

- i) Εφαρμόζουμε για την πτώση του σώματος την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ), θεωρώντας μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

$$K_A + U_A = K_T + U_T \rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5m} / s = 10m / s$$



- iii) Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης, σε ένα σημείο Δ, σε ύψος h_2 , ίση με την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα, αν αφεθεί να κινηθεί, δίνεται από την εξίσωση:

$$g = G \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M}{r^2} \quad (1)$$

Όπου r η απόσταση του σημείου Δ από το κέντρο της Γης.

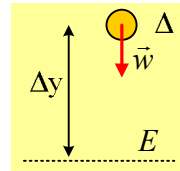
- α) Αν εφαρμόσουμε την παραπάνω εξίσωση για ένα σημείο Γ, στην επιφάνεια της Γης, θα πάρουμε:

$$g_T = g_o = G \frac{M}{R_T^2} \rightarrow GM = g_o R_T^2 \quad (1.1) \xrightarrow{(1)} \rightarrow$$

$$g_A = G \frac{M}{(2R_T)^2} = \frac{g_o R_T^2}{4R_T^2} = \frac{1}{4} g_o \rightarrow$$

$$g_A = \frac{1}{4} 10m / s^2 = 2,5m / s^2.$$

- β) Δουλεύοντας όπως και στο i) ερώτημα, θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που βρίσκεται 5m χαμηλότερα από το σημείο Δ, εφαρμόζουμε ξανά την ΑΔΜΕ μεταξύ Δ και Ε, παίρνοντας:



$$K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_E + U_E \rightarrow mg\Delta y = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2g\Delta y} = \sqrt{2 \cdot 2,5 \cdot 5} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s}$$

- γ) Παραπάνω υπολογίσαμε την αρχική επιτάχυνση που αποκτά το σώμα ίση με $2,5 \text{ m/s}^2$, ενώ η επιτάχυνσή του όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίση με 10 m/s^2 . Είναι φανερόν ότι το βαρυτικό πεδίο της Γης πρέπει τώρα να το αντιμετωπίσουμε ως ανομοιογενές και όχι σαν ομογενές, όπως κάναμε μέχρι τώρα.

Εφαρμόζουμε ξανά την ΑΔΜΕ, μεταξύ των θέσεων Δ και Γ, αλλά τώρα θεωρούμε μηδενική την δυναμική ενέργεια στο άπειρο:

$$K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_{\Gamma} + U_{\Gamma} \rightarrow$$

$$-G \frac{M}{r_{\Delta}} m = \frac{1}{2}mv_2^2 - G \frac{M}{r_{\Gamma}} m$$

$$v_2 = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{r_{\Gamma}} - \frac{1}{r_{\Delta}} \right)} \xrightarrow{(1.1)} v_2 = \sqrt{2g_o R_{\Gamma}^2 \left(\frac{1}{R_{\Gamma}} - \frac{1}{2R_{\Gamma}} \right)} \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{g_o R_{\Gamma}} = \sqrt{10 \cdot 6.400 \cdot 10^3} \text{ m/s} = 8.000 \text{ m/s}$$

dmargaris@gmail.com