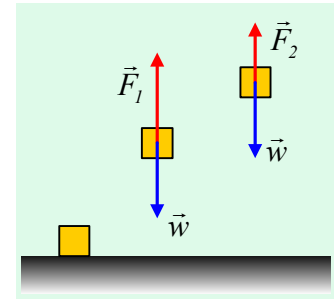


Κίνηση με κατακόρυφη δύναμη

Ένα σώμα ηρεμεί στο έδαφος. Σε μια στιγμή $t=0$ δέχεται μια κατακόρυφη δύναμη F , σταθερού μέτρου $F_1=1,2w$, όπου w το βάρος του σώματος, οπότε τη στιγμή $t_1=4s$ φτάνει σε σημείο Α, σε ύψος h_1 από το έδαφος.



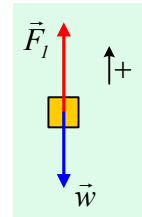
- i) Να βρεθεί η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα.
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση Α, καθώς και το ύψος h_1 στη θέση αυτή.
- iii) Τη στιγμή t_1 το μέτρο της δύναμης αλλάζει σε $F_2=0,8w$, το οποίο μένει σταθερό από εκεί και πέρα, ενώ το σώμα συνεχίζει την κίνησή του. Ζητούνται:
 - α) Η νέα επιτάχυνση του σώματος, μετά τη στιγμή t_1 .
 - β) Η ταχύτητα και η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=12s$.
 - γ) Το μέγιστο ύψος από το έδαφος, που φτάνει το σώμα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

- i) Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για το σώμα, για κάποια στιγμή t , όπου $0 \leq t \leq t_1$, με θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} = m\vec{a} &\rightarrow F_1 - mg = ma_1 \rightarrow 1,2mg - mg = ma_1 \rightarrow 1,2g - g = a_1 \rightarrow \\ a_1 &= 0,2g = 0,2 \cdot 10m/s^2 = 2m/s^2\end{aligned}$$



- ii) Για την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση που εκτελεί το σώμα ισχύουν οι εξισώσεις για ταχύτητα και μετατόπιση:

$$v = \alpha_1 t \quad (1) \quad \Delta y = y = \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 \quad (2)$$

Με αντικατάσταση $t=t_1=4s$ βρίσκουμε για την θέση Α:

$$\begin{aligned}v_1 &= \alpha_1 t_1 = 2 \cdot 4m/s = 8m/s \\ y_1 &= h_1 = \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4^2 m = 16m\end{aligned}$$

- iii) Για την κίνηση με κατακόρυφη δύναμη μέτρου $0,8w$ και φορά προς τα πάνω, συνεχίζουμε τη μελέτη, κρατώντας σταθερή την κατεύθυνση προς τα πάνω ως θετική, και θεωρώντας αρχική θέση και αρχική ταχύτητα, τη θέση Α και την ταχύτητα v_1 .

- α) Εφαρμόζοντας τώρα το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} = m\vec{a} &\rightarrow F_2 - mg = ma_2 \rightarrow 0,8mg - mg = ma_2 \rightarrow 0,8g - g = a_2 \rightarrow \\ a_2 &= -0,2g = -0,2 \cdot 10m/s^2 = -2m/s^2\end{aligned}$$

β) Για την νέα ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση που εκτελεί το σώμα ισχύουν τώρα οι εξισώσεις για ταχύτητα και μετατόπιση:

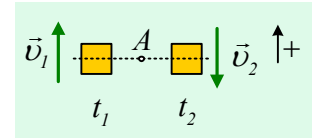
$$v = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \quad (3) \quad \Delta y = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t)^2 \quad (4)$$

Με αντικατάσταση $\Delta t = t_2 - t_1 = 12\text{s} - 4\text{s} = 8\text{s}$, βρίσκουμε για την νέα ταχύτητα και θέση του σώματος:

$$v_2 = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t = 8\text{m/s} + (-2) \cdot 8\text{m/s} = -8\text{m/s}$$

$$\Delta y = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t)^2 = 8 \cdot 8\text{m} + \frac{1}{2} (-2) \cdot 8^2\text{m} = 0$$

Τι βρήκαμε; Τη στιγμή $t_2 = 12\text{s}$, το σώμα έχει ταχύτητα προς τα κάτω με το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα τη στιγμή t_1 , ενώ βρίσκεται ξανά στη θέση Α!



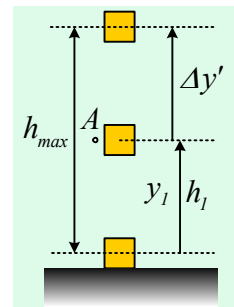
γ) Το παραπάνω αποτέλεσμα, έμμεσα μας λέει ότι το σώμα με την επίδραση δύναμης $0,2w$, κινείται επιβραδυνόμενα προς τα πάνω, φτάνει σε κάποιο μέγιστο ύψος από το έδαφος και επιστρέφει στο σημείο Α τη στιγμή t_2 . Αλλά τότε στο μέγιστο ύψος βρίσκεται τη στιγμή που το σώμα σταματά να ανεβαίνει (να έχει ταχύτητα προς τα πάνω, θετική), έχοντας μηδενική ταχύτητα και αρχίζει να κατέρχεται (να έχει ταχύτητα αρνητική). Οπότε μηδενίζοντας την ταχύτητα στην εξίσωση (3) παίρνουμε:

$$v = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \rightarrow 0 = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t' \rightarrow \Delta t' = -\frac{v_1}{\alpha_2} = -\frac{8}{-2}\text{s} = 4\text{s}$$

Το σώμα δηλαδή, φτάνει στο μέγιστο ύψος τη στιγμή $t_3 = t_1 + \Delta t' = 8\text{s}$.

Και με αντικατάσταση στην (4), έχουμε:

$$\Delta y' = v_1 \cdot \Delta t' + \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t')^2 = 8 \cdot 4\text{m} + \frac{1}{2} (-2) \cdot 4^2\text{m} = 16\text{m}$$



Οπότε τη στιγμή που το σώμα σταματά την άνοδο, έχοντας μηδενική ταχύτητα, βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

$$h_{\max} = h_1 + \Delta y' = 16\text{m} + 16\text{m} = 32\text{m}$$

dmargaris@gmail.com