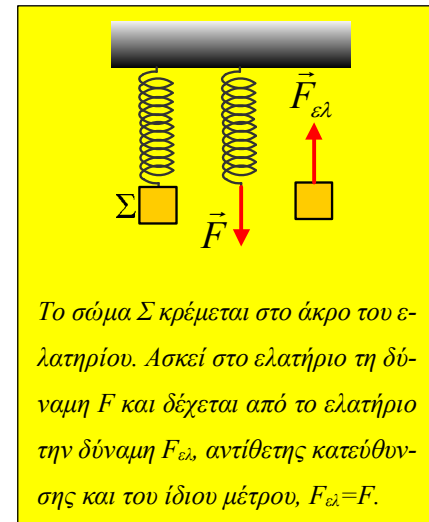
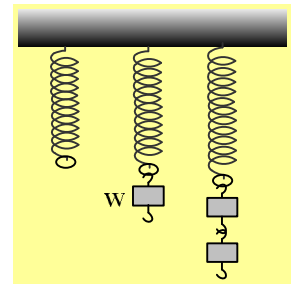


Το ελατήριο και ο νόμος του Hooke

Έχουμε ένα ελατήριο το οποίο κρέμεται από το ταβάνι, στο κάτω άκρο του οποίου μπορούμε να κρεμάμε όμοια βαράκια, όπου το καθένα έχει βάρος w , όπως στο διπλανό σχήμα. Στον παρακάτω πίνακα, δίνονται ο αριθμός των βαριδιών που έχουμε κρεμάσει στο ελατήριο και το αντίστοιχο μήκος του ελατηρίου.

- i) Με δεδομένο ότι κάθε βαράκι ασκεί στο ελατήριο δύναμη F ίση με το βάρος του και η δύναμη αυτή επιμηκύνει το ελατήριο, ενώ $F_{ελ}$ είναι η δύναμη που το ελατήριο ασκεί στα βαράκια, ίση κατά μέτρο με την δύναμη F , με αντίθετη κατεύθυνση, να συμπληρώσετε τις τιμές στην 3^η και 4^η στήλη του πίνακα.

Βάρος	Μήκος ελατηρίου (cm)	Επιμήκυνση x (cm)	$F_{ελ}$	Σταθερά k (N/m)
0	20,0	0	0	-----
w	21,2			
$2w$	22,4			
$3w$	23,6			
$4w$	24,8			



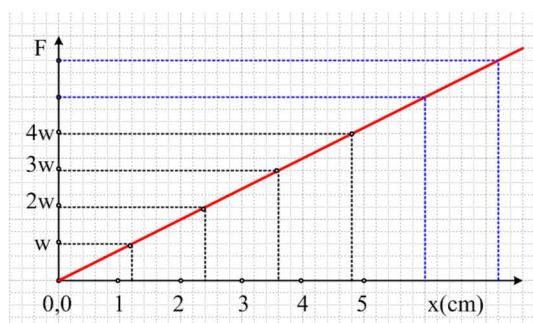
- ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης F που επιμηκύνει το ελατήριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση x του ελατηρίου, για τις παραπάνω τιμές επιμήκυνσης.
- iii) Με βάση το διάγραμμα και θεωρώντας την παραμόρφωση το ελατηρίου ελαστική, μπορείτε να προβλέψετε το μήκος του ελατηρίου αν στο άκρο του κρεμάσουμε 5 και 6 βαράκια;
- iv) Κάναμε το πείραμα και μετρώντας το μήκος του ελατηρίου, όταν κρεμάσαμε 5 και 6 βαράκια, βρήκαμε 26,5cm και 28,3cm αντίστοιχα.
- α) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τα ευρήματα αυτά;
- β) Αν αφαιρέσουμε όλα τα βαράκια το μήκος του ελατηρίου θα γίνει
- a) 19,6 cm , b) 20,0 cm , c) 20,3cm
- v) Αν κάθε βαράκι έχει βάρος $w=0,05N$, να υπολογιστεί η σταθερά k του ελατηρίου, συμπληρώνοντας την τελευταία στήλη του πίνακα.

Απάντηση:

- i) Το πρώτο βαράκι ασκεί στο ελατήριο δύναμη ίση με το βάρος, δηλαδή δύναμη προς τα κάτω, μέτρου $F=w$. Όταν κρεμάσουμε το 2^ο βαράκι, συνολικά έχουμε κρεμάσει «σώμα» βάρους $2w$, οπότε η δύναμη που επιμηκύνει το ελατήριο έχει μέτρο $F=2w$... όμοια στα 3 ή στα 4 βαράκια η δύναμη θα έχει μέτρο $3w$ και $4w$. Το ίδιο μέτρο θα έχει και η δύναμη του ελατηρίου, η δύναμη που το ελατήριο ασκεί στα κρεμασμένα βαράκια. Για την επιμήκυνση εξάλλου του ελατηρίου ισχύει ότι $x=\Delta l=l-l_0$, όπου l_0 το «φυσικό μήκος του ελατηρίου, δηλαδή το μήκος του όταν δεν του ασκείται δύναμη. Με βάση αυτά:

Βάρος	Μήκος ελατηρίου (cm)	Επιμήκυνση x (cm)	$F_{ελ}$	Σταθερά k (N/m)
0	20,0	0,0	0	-----
w	21,2	1,2	w	
2w	22,4	2,4	2w	
3w	23,6	3,6	3w	
4w	24,8	4,8	4w	

- ii) Με βάση τις τιμές 1^{ης} και 3^{ης} στήλης του πίνακα και με δεδομένο ότι $F=w$, χαράσσουμε το διάγραμμα $F-x$, όπως παρακάτω:



- iii) Θεωρώντας ότι και με το κρέμασμα μεγαλύτερου βάρους το ελατήριο συνεχίζει να παραμορφώνεται ελαστικά, φέρνοντας τις γαλάζιες διακεκομμένες γραμμές στο παραπάνω γράφημα **εκτιμάμε** ότι δύναμη $5w$ προκαλεί επιμήκυνση $x_5=6\text{cm}$, ενώ δύναμη $6w$ προκαλεί επιμήκυνση $x_6=7,2\text{cm}$...
- iv) Με βάση τα πειραματικά ευρήματα δυνάμεις ίσες με $5w$ και $6w$ προκαλούν επιμηκύνσεις $6,5\text{cm}$ και $8,3\text{cm}$ αντίστοιχα, διαφορετικές από αυτές που υπολογίσαμε με βάση την παραπάνω γραφική παράσταση.
- α) Το ότι το ελατήριο υπέστη μεγαλύτερη επιμήκυνση από αυτή που προβλέπει ο νόμος του Hooke, σημαίνει ότι πλέον το ελατήριο, έχει ξεπεράσει το όριο της ελαστικής παραμόρφωσης και έχει περάσει στην περιοχή της πλαστικής παραμόρφωσης.
- β) Αφού το ελατήριο έχει υποστεί πλαστική παραμόρφωση, όταν πάψει να δέχεται δύναμη που του προκαλεί την παραμόρφωση, δεν θα επιστρέψει στην αρχική του κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι ενώ θα αφαιρέσουμε όλα τα βαράκια, αυτό δεν θα αποκτήσει το αρχικό του μήκος των 20cm , αλλά θα διατηρήσει κάποια επιμήκυνση. Με βάση τις τιμές που μας δίνονται συμπεραίνουμε ότι το τελικό μήκος του θα είναι $20,3\text{cm}$. Σωστό το c).
- v) Με βάση το νόμο του Hooke. Για τις ελαστικές παραμορφώσεις:

$$F = kx$$

Όπου F το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την επιμήκυνσή του (ή την συσπείρωσή του) και x η επιμήκυνση του ελατηρίου. Αλλά τότε μπορούμε να υπολογίσουμε την σταθερά k για τις 4 τιμές της δύναμης, όπου βλέπουμε ότι έχουμε ελαστική παραμόρφωση (όχι για 5^η και 6^η μέτρηση, όπου η παραμόρφωση δεν είναι ελαστική):

$$F = kx \rightarrow k = \frac{F}{x} \rightarrow k = \frac{w}{x} = \frac{0,5N}{1,2cm} = \frac{5}{12} N/cm \rightarrow$$

$$k = \frac{5}{12} N/cm = \frac{500}{12} N/m = \frac{250}{6} N/m = 41,7 N/m$$

Ίδια τιμή για την σταθερά k θα βρούμε και στις υπόλοιπες μετρήσεις! Δοκιμάστε...

Σχόλιο: Το ότι υπολογίζουμε ίδια τιμή στην σταθερά k, αποδεικνύει ότι οι τιμές αυτές ΔΕΝ είναι πειραματικές! Σε ένα πραγματικό πείραμα δεν πρόκειται αυτό να συμβεί...

Αλλά τότε ο πίνακας συμπληρωμένος γίνεται:

Βάρος	F (N)	Επιμήκυνση x (cm)	Σταθερά k (N/m)
w	0,5	1,2	41,7
2w	1,0	2,4	41,7
3w	1,5	3,6	41,7
4w	2,0	4,8	41,7

dmargaris@gmail.com