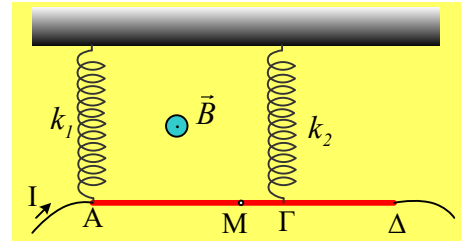


### Άλλη μια ισορροπία αγωγού.

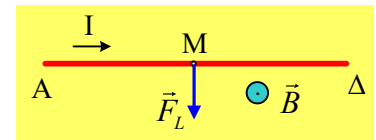
Ο ευθύγραμμος αγωγός ΑΔ του σχήματος έχει μάζα  $m=0,4\text{kg}$ , μήκος  $l=0,8\text{m}$  και κρέμεται κατακόρυφα από δύο ελατήρια, με το ίδιο φυσικό μήκος. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B=0,5\text{T}$  με δυναμικές γραμμές κάθετες στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα. Το πρώτο ελατήριο σταθεράς  $k_1=100\text{N/m}$  έχει δεθεί στο άκρο Α του αγωγού, ενώ το δεύτερο σε ένα σημείο Γ, το οποίο απέχει κατά  $d=0,3\text{m}$  από το άκρο Δ. Ο αγωγός διαρρέεται ρεύμα με φορά από το Α στο Δ, με ένταση  $I=2,5\text{A}$  και είναι οριζόντιος, ενώ τα σύρματα σύνδεσης με τον αγωγό δεν συνεισφέρουν στο βάρος του αγωγού και τα ελατήρια συνδέονται μέσω μονωτικού υλικού με τον αγωγό. Δίνεται ακόμη ότι  $g=10\text{m/s}^2$ .



- i) Να βρεθεί η δύναμη Laplace η οποία ασκείται στον αγωγό ΑΓ.
- ii) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΑΔ από τα δύο ελατήρια.
- iii) Να υπολογιστεί η σταθερά του δεύτερου ελατηρίου.
- iv) Υποστηρίζεται ότι αν μηδενιστεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου, ο αγωγός ΑΔ δεν θα ισορροπήσει σε οριζόντια θέση, αλλά στη νέα θέση ισορροπίας θα σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την οριζόντια διεύθυνση. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό.

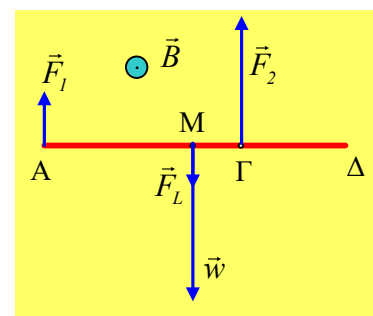
#### Απάντηση:

- i) Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε ότι στον αγωγό ΑΔ ασκείται δύναμη Laplace, κατακόρυφη, με φορά προς τα κάτω, με σημείο εφαρμογής το μέσον Μ του αγωγού και με μέτρο:



$$F_L = BIl = 0,5\text{T} \cdot 2,5\text{A} \cdot 0,8\text{m} = 1\text{N}$$

- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον αγωγό ΑΔ, όπου  $F_1$  και  $F_2$  οι δυνάμεις από τα ελατήρια σταθεράς  $k_1$  και  $k_2$  αντίστοιχα. Από την ισορροπία του αγωγού, θεωρώντας τις αριστερόστροφες ροπές θετικές, παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_1 + F_2 = w + F_L \quad (1)$$

$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow F_1 \cdot 0 - F_L \cdot (AM) - mg \cdot (AM) + F_2 \cdot (AG) = 0 \xrightarrow{\text{αντικ}} \rightarrow$$

$$-1\text{N} \cdot 0,4\text{m} - 0,4 \cdot 10\text{N} \cdot 0,4\text{m} + F_2 \cdot 0,5\text{m} \rightarrow F_2 = 4\text{N} \xrightarrow{(1)} \rightarrow$$

$$F_1 = mg + F_L - F_2 = 4\text{N} + 1\text{N} - 4\text{N} = 1\text{N}$$

- iii) Τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο φυσικό μήκος και αφού ο αγωγός ΑΔ είναι οριζόντιος, σημαίνει ότι τα ελατήρια έχουν υποστεί την ίδια επιμήκυνση. Αλλά το πρώτο ελατήριο αφού ασκεί την δύναμη  $F_1$ , έχει επιμηκυνθεί κατά  $\Delta l_1$ , αφού:

$$F_1 = k_1 \cdot \Delta l_1 \rightarrow \Delta l_1 = \frac{F_1}{k_1} = \frac{1\text{N}}{100\text{N/m}} = 0,01\text{m} = 1\text{cm} \rightarrow$$

$$F_2 = k_2 \cdot \Delta l_2 \rightarrow k_2 = \frac{F_2}{\Delta l_2} = \frac{4N}{0,01m} = 400 N/m$$

iv) Έστω ότι μετά τον μηδενισμό της έντασης του μαγνητικού πεδίου, ο αγωγός ΑΔ ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου τα δύο ελατήρια είναι ξανά κατακόρυφα, με επιμηκύνσεις  $x_1$  και  $x_2$ , με αποτέλεσμα και οι ασκούμενες δυνάμεις να είναι και πάλι κατακόρυφες.

Από την συνθήκη της νέας ισορροπίας του ΑΔ, παίρνουμε:

$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow F'_1 \cdot 0 - mg \cdot \alpha + F'_2 \cdot (\alpha + \beta) = 0 \rightarrow$$

$$mg \cdot (AM) \cdot \sin \varphi = F'_2 \cdot (AG) \cdot \sin \varphi \rightarrow F'_2 = mg \frac{(AM)}{(AG)} = 4N \cdot \frac{0,4m}{0,5m} = 3,2N$$

Ενώ:

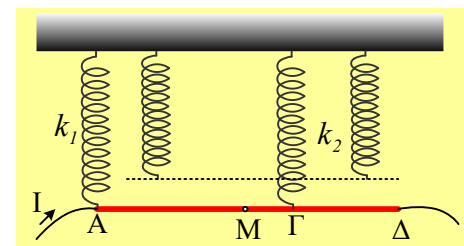
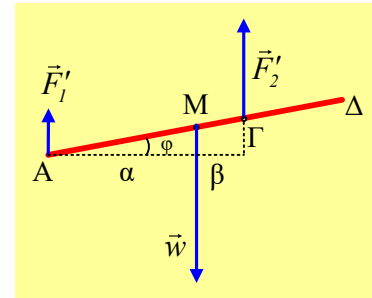
$$F'_1 + F'_2 = mg \rightarrow +F'_1 = 4N - 3,2N = 0,8N$$

Αλλά τότε από το νόμο του Hooke βρίσκουμε:

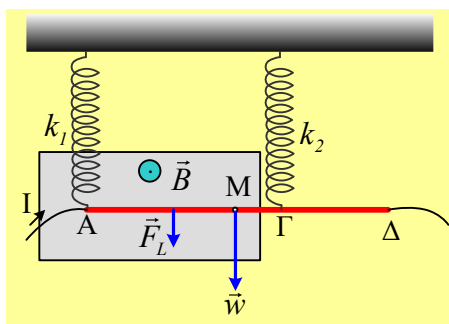
$$F'_1 = k_1 x \rightarrow x_1 = \frac{F'_1}{k_1} = \frac{0,8N}{100N/m} = 0,008m = 0,8cm \quad \text{ενώ}$$

$$F'_2 = k_2 \cdot x_2 \rightarrow x_2 = \frac{F'_2}{k_2} = \frac{3,2N}{400N/m} = 0,008m = 0,8cm$$

Αλλά αν τα δύο ελατήρια έχουν το ίδιο φυσικό μήκος και ίσες επιμηκύνσεις, τότε ο αγωγός ΑΔ θα είναι οριζόντιος όπως στο σχήμα και η υπόθεση είναι εσφαλμένη.



**Σχόλιο:**



Θα μπορούσε ο αγωγός ΑΔ, μετά την κατάργηση του μαγνητικού πεδίου να σχηματίσει γωνία με την οριζόντια διεύθυνση; Η απάντηση είναι καταφατική, αρκεί η δύναμη Laplace στην αρχική θέση ισορροπίας, να μην ασκείται στο μέσον του ΑΔ, στο cm του αγωγού! Πράγμα που μπορεί να συμβεί αν για παράδειγμα είχαμε το διπλανό σχήμα, όπου στο πεδίο βρίσκεται ένα τμήμα του αγωγού...

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)