ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Α. Πρόσημο τιμών Γινομένου

1. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των γινομένων:

α. $P(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$ **β.** $P(x)=-(2x-1)(x+1)(3x-1)$

γ. $P(x)=(3x-1)(x^2-4)$ **δ.** $P(x)=(2x-3)(x^2-5x+6)$

2. Να βρείτε, για τις διάφορες τιμές του $x\in\mathbb{R}$, το πρόσημο των παρακάτω γινομένων:

α. $P(x)=(x^2-3x+2)\cdot(-x^2+x-1)$

β. $P(x)=(3x^2-x-2)\cdot(-x^2+6x-9)$

3. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των γινομένων:

α. $P(x)=(3x-1)(x^2+5)$ **β.** $P(x)=(5-x^2)(|x|+2)$

γ. $P(x)=(2x-1)(x^2-x+1)$

4. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των συναρτήσεων:

α. $f(x)=(x-1)(x-2)^2$ **β.** $f(x)=(-2x+1)(x-2)^3$

5. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των συναρτήσεων:

α. $f(x)=2x^3-x^2-x$ **β.** $f(x)=-3x^3+x^2+2x$

6. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των συναρτήσεων:

α. $f(x)=x^3+8$ **β.** $f(x)=27x^3-1$ **γ.** $f(x)=16x^4-81$

Β. Ανισώσεις

7. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $(x-1)(x-2)(x-3)>0$ **β.** $(-3x-2)(x-1)(5+2x)\le 0$

γ. $(-x+1)(-5x-3)(x+2)\ge 0$

8. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $(3x-1)(x^2+5)(x^2-4)<0$ **β.** $(x^3-x)(-x^2+x-5)>0$

9. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $(x-1)(x-2)^2>0$ **β.** $(x^2-4)(x^2-5x+6)<0$

γ. $(x+1)(x-1)^2\le 0$ **δ.** $(3x-2)(x^2-2x+1)\ge 0$

10. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $x^3>1$ **β.** $x^3+8\le 0$

11. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $(|x|-1)\cdot(x^2-x-2)>0$ **β.** $(|x-1|-2)\cdot(x^2-x)\le 0$

Γ. Ανισώσεις και ακέραιες ρίζες

12. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $x^3-21x+20>0$ **β.** $3x^3+3x^2+10>x^4+15x$

13. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $-x^3+3x+2<0$ **β.** $4x^4-8x^3+5x^2-x\ge 0$

14. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $x^3+x^2>5x-3$ **β.** $x^4-2\le x(1-x)-x^3$

Δ. Σχετικές θέσεις γραφικών παραστάσεων συναρτήσεων

15. Να βρείτε τα διαστήματα του x, στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4-5x^3+5x-1$ βρίσκεται:

α. πάνω από τον άξονα $x'x$ **β.** κάτω από τον άξονα $x'x$

16. Να βρείτε τα διαστήματα του x, στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^3-x-6$ δεν βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

17. Να βρείτε τα διαστήματα του x, για τα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4+6x$ βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=2x^3+2x^2+3$.

18. Να βρείτε τα διαστήματα του x, στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4+x^3-3x^2+x$ βρίσκεται κάτω από την ευθεία $\varepsilon: y=5x+4$.

Ε. Γενικές

19. Να λύσετε την ανίσωση $2x^7+3x^5-5<0$.

20. Αν για τον πραγματικό αριθμό α ισχύει $\alpha^3-5\alpha^2-5\alpha-5<0$, να δείξετε ότι $\alpha<6$.

21. Αν οι αριθμοί α, β, γ στον πραγματικό άξονα είναι σημεία του τμήματος AB με $A(-3)$, $B(3)$ και ο αριθμός ν ικανοποιεί τη σχέση

$$\nu^3+\alpha\nu^2+\beta\nu+\gamma=0,$$

να δείξετε ότι $|\nu|<4$.