

Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $3x + 1 = x - 5$

β. $x - 3 = 3x - 1$

γ. $2(x + 3) = 1 - 3(x - 1)$

δ. $x - (3x - 1) = 1 - 2(3x - 2)$

ε. $1 + (x - 1) \cdot 2 = x - (2x - 1)$

στ. $0,2x - 0,3[2x - (3x - 1)] = -0,7$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $3(x - 2) = 3x + 1$

β. $1 - (2x - 1) = x - 2(x - 3)$

γ. $2(-x + 1) = 1 - (2x - 1)$

δ. $3(x - 1) = 1 - (x + 4)$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 2$

β. $\frac{5x}{2} - \frac{x}{6} = x - 1$

γ. $\frac{x-2}{3} - \frac{2x-1}{9} - 1 = 0$

δ. $\frac{3x-1}{2} - \frac{x-1}{6} = -x + 1$

ε. $\frac{2(x-1)}{3} - \frac{1-3(x-2)}{2} = \frac{1}{6}x$

στ. $\frac{2(1-3x)}{5} - \frac{3}{2}(x-1) = -x + 2$

ζ. $\frac{2x-1}{2} = \frac{3x-1}{3}$

η. $\frac{3x-2}{5} = 2$

4. Να βρείτε τις τιμές του α , για τις οποίες η εξίσωση:

α. $2\alpha x - 3(x - \alpha) = x(\alpha - 1)$, έχει ρίζα το -2 .

β. $\frac{x - \alpha}{2} - \frac{3\alpha - x}{3} = -x + \alpha$, έχει ρίζα το -1 .

Εξισώσεις που ανάγονται σε εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x(x-1) = (x-3)^2$

β. $(x-2)(x-3) = (x-1)^2$

γ. $x - (x-1)(x+1) = 1 - (x-2)^2$

δ. $1 - (2x-1)^2 = x - 2x(2x-3)$

ε. $(x-1)^3 - x^2(x-3) = 0$

στ. $x(x-3)^2 + 8 = (x-2)^3$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 = x$

β. $3x^2 = 6x$

γ. $x^3 = 2x^2$

δ. $x^4 = x^3$

ε. $x^3 = x$

στ. $-x^2 + x = 0$

ζ. $x^3 - 2x^2 + x = 0$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 2(x-1) = 3x + 2$

β. $x^2 - 2x(x-1) = x$

γ. $(x-1)^2 - 2x(x-3) = 1$

δ. $(x-2)^2 - (2x-1)(x-4) = 0$

8. Να βρείτε το σύνολο στο οποίο ορίζονται οι παρακάτω συναρτήσεις και στη συνέχεια, να απλοποιήσετε τον τύπο τους.

α. $y = \frac{x-1}{x^2-x}$

β. $y = \frac{x^2+x}{x^2-1}$

Κλασματικές εξισώσεις

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} = 2$

β. $\frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{2}{x-2}$

γ. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{2}{x}$

δ. $\frac{x-1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = 0$

ε. $\frac{1}{x^2+x} = \frac{x}{x+1}$

στ. $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$

10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-4x+4} = 0$

β. $\frac{9x-1}{9x^2-1} + \frac{1}{1-3x} = \frac{2}{3x+1}$

γ. $2 - \frac{x^2+7x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x+1} + \frac{3}{1-x}$

δ. $\frac{x^2-1}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x}$

Παραμετρικές εξισώσεις

11. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. $(\lambda-2)x = \lambda-3$

β. $(\lambda+1)x = \lambda(\lambda+1)$

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\lambda^2(x-1) = 5(5x-\lambda)$

β. $\lambda^2(x+1) = 2(2-\lambda x)$

γ. $\lambda^3(x-1) = 4\lambda x - 8$

δ. $\lambda^2(x-1) + \lambda = 4x - 2$

13. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha+3)x = \alpha^2 - 9$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις, όταν:

i. $\alpha = 1$

ii. $\alpha = -3$

β. Να βρείτε τις τιμές του α , για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

14. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $(\lambda^2-4)x = \lambda^2-2\lambda$

α. είναι ταυτότητα

β. είναι αδύνατη

γ. έχει λύση

15. Να βρείτε τις τιμές των λ , μ , για τις οποίες η εξίσωση

$$3(\lambda+\mu)x - 8 = (x-1)(2\lambda+3\mu)$$

α. είναι ταυτότητα

β. είναι αδύνατη

16. Αν η εξίσωση $(\lambda^2-2\lambda)x = \lambda^2-4$ είναι αδύνατη, να δείξετε ότι η εξίσωση $(\lambda+3)x = \lambda^2$ έχει μοναδική λύση.

17. Να βρείτε τις τιμές των λ , μ , για τις οποίες η εξίσωση $(\lambda-2)x = \mu^2-1$, είναι ταυτότητα και η εξίσωση $\lambda(\lambda-2)x = \mu^2-\mu$, είναι αδύνατη.

Προβλήματα

18. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς ακέραιους τέτοιους, ώστε το άθροισμά τους να ισούται με το γινόμενό τους.

19. Από κεφάλαιο 5.000 ευρώ ένα μέρος του κατατέθηκε σε μία τράπεζα προς 3% και το υπόλοιπο σε μία άλλη τράπεζα προς 2%.

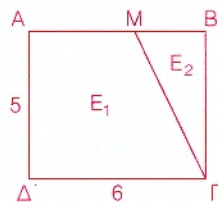
Ύστερα από 1 χρόνο εισπράχτηκαν συνολικά 140 ευρώ τόκοι.

Ποιο ποσό τοκίστηκε προς 3% και ποιο προς 2%;

20. Στο ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι $AM = x$ και $E_1 = (AM\Gamma\Delta)$, $E_2 = (MB\Gamma)$.

Να βρείτε τη θέση του σημείου M για την οποία

$$E_1 = 5E_2$$



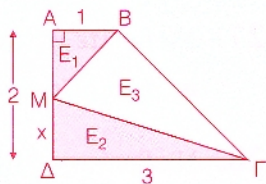
21. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι:

- $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $MD = x$
- $E_1 = (MAB)$, $E_2 = (M\Delta\Gamma)$, $E_3 = (MB\Gamma)$.

Να βρείτε τη θέση του σημείου M για την οποία ισχύει:

α. $E_1 + E_2 = E_3$

β. $E_1 = E_2$



Β' ΟΜΑΔΑΣ

22. Αν οι παρακάτω εξισώσεις έχουν κοινή ρίζα, να βρείτε την τιμή του α .

$$\frac{3x-1}{2} = \frac{5x+2}{3} \quad \text{και} \quad x + \frac{2x+\alpha}{6} = \alpha$$

23. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $2(1-x) - \sqrt{3}(x+1) = 0$

β. $\frac{x-1}{\sqrt{2}} = \frac{x+1}{\sqrt{3}}$

24. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2(x-2) + 2x(x-2) + x-2 = 0$

β. $(3x-2)^2 = (3x-2)(x-1)$

γ. $(2x-1)^2 = 2x-1$

δ. $x(x-2) - (x+1)(2-x) = 0$

ε. $(x^2-9)(x-1) = (x^2-1)(x-3)$

στ. $(x+1)^2 + x^2 - 1 = 0$

ζ. $x(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

η. $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

θ. $x^3 - 3x^2 = (2x-1)(x-3)$

ι. $x^3 - 7x + 6 = 0$

25. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^3 + (3x-1)^3 + (1-4x)^3 = 0$

β. $8x^3 + (x-2)^3 - (3x-2)^3 = 0$

26. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\frac{x-2}{1-\frac{2}{x}} = -1$

β. $\frac{1}{1-\frac{1}{x}} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2-x}$

27. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $\lambda(\lambda-1)x = 2-2\lambda$,

α. έχει ρίζα το 2,

β. έχει μοναδική ρίζα το 2.

28. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $\lambda(x-\lambda) = x-1$ έχει μοναδική λύση το 1.

29. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x-2\alpha}{x+2\alpha} = \frac{x^2}{x^2-4\alpha^2}$, για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$.

30. Να δείξετε ότι η εξίσωση:

α. $\alpha(x-\alpha) = \beta(x-\beta)$ έχει λύση, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$,

β. $(x+2\alpha)^2 - (x-2\beta)^2 = 8\alpha(\alpha+\beta)$, έχει λύση για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

γ. $\frac{x-3\alpha}{\beta} = \frac{x-3\beta}{\alpha}$, έχει λύση για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$.

31. Αν η εξίσωση $(\lambda+1)x = \mu-2$ έχει τουλάχιστον δύο λύσεις, να δείξετε ότι η εξίσωση $(\mu^2-\lambda)x = \lambda-1$ έχει μοναδική λύση, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

32. Ένας χημικός ανάμιξε 4 ℓ οινόπνευμα, περιεκτικότητας 70 % σε καθαρό οινόπνευμα, με 6 ℓ οινόπνευμα, περιεκτικότητας 20 % σε καθαρό οινόπνευμα. Πόσο % καθαρό οινόπνευμα περιέχει το μίγμα;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

33. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

• Έστω η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$, (1) .

α. Αν $\alpha \neq 0$, τότε η (1) έχει μοναδική λύση.

β. Αν $\beta \neq 0$, τότε η (1) είναι αδύνατη.

γ. Αν η (1) είναι ταυτότητα, τότε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$.

δ. Αν η (1) έχει λύση, τότε $\alpha \neq 0$ ή $\beta = 0$.

ε. Αν $\beta = 0$, τότε η (1) έχει μία τουλάχιστον ρίζα.

α.	β.	γ.	δ.	ε.