

Εξίσωση της μορφής $|f(x)| = \theta$

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x| - 2 = 0$

γ. $2 - 5|x| = 0$

ε. $\frac{|x|}{2} - \frac{|x|}{3} = 1$

β. $2|x| - 3 = 0$

δ. $2(|x| - 1) = |x| - 2$

στ. $\frac{|x| - 2}{3} + |x| = -1$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x - 1| - 2 = 0$

γ. $3 - 2d(3x, 1) = 0$

ε. $\frac{|x - 2| - 1}{2} = -1$

β. $|5x - 1| - 4 = 0$

δ. $2(|x - 3| - 1) = 3|x - 3| - 2$

στ. $\frac{|x - 1|}{2} - \frac{|x - 1| - 1}{4} = 1$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|-x| + |3x| - 4 \cdot \left| \frac{x}{2} \right| = 2$

γ. $|2x - 1| + 2|1 - 2x| = |4x - 2| + 1$

ε. $1 + \frac{|2x - 3| - 3}{2} = \frac{|6x - 9| - 3}{6}$

β. $\left| \frac{2x}{3} \right| - |-2x| = -1$

δ. $|6x - 2| - |3 - 9x| = -1$

στ. $\frac{|3x - 6|}{4} - \left| 1 - \frac{x}{2} \right| = -1$

Εξίσωση της μορφής $|f(x)| = |g(x)|$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|2x - 1| = |x|$

γ. $|5x - 1| - |4x - 1| = 0$

ε. $\frac{|3x - 2| - 2}{2} = |x| - 1$

β. $|2x - 3| = |3x - 2|$

δ. $|x - 4| - 3|x| = 0$

στ. $\frac{|2x - 1|}{3} = \frac{|x - 2|}{2}$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\sqrt{x^2} = 2$

γ. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = |2x - 1|$

ε. $\sqrt{x^2 + 2} = |x + 1|$

β. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$

δ. $\sqrt{25x^2 - 10x + 1} - |3x - 5| = 0$

στ. $\sqrt{4x^2 + 1} = |2x - 1|$

Εξίσωση της μορφής $|f(x)| = g(x)$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x-2| = 2x-3$

β. $d(3x, -1) = 3+5x$

γ. $|2x-3| - x = -1$

δ. $d(x, 1) = x+2$

Εξισώσεις της μορφής $|f(x)| + |g(x)| + h(x) = 0$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x-2| - |3-x| + x = 1$

β. $|x-2| - 3|2x-1| = x$

γ. $|2x+5| - |x+1| = -3x$

δ. $d(x, 1) - d(x, -2) = x$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x-1| = x-1$

β. $|2x-1| = 1-2x$

γ. $d(x, 5) - 5 = -x$

9. Για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει: $d(2x, 3) = 3-2x$.

α. Να αποδείξετε ότι $x \leq \frac{3}{2}$.

β. Αν $x \leq \frac{3}{2}$, να αποδείξετε ότι η παράσταση $K = |2x-3| - 2|3-x|$ είναι ανεξάρτητη του x .

Γενικές

10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x^2+1| + ||x|+1| = x^2+2$

β. $||x-2|+3| = 5$

γ. $|x^2-2x+1| = x(x-1)$

δ. $||x|-x| + ||x|+x| = 2$

11. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $||x|-3| = 4$

β. $|3|x|-2| = 2$

γ. $||x-1|-5| = 1$

δ. $||2x-1|-5| = 5$

ε. $||x|+1|-2| = 1$

στ. $||x|-2|-3| = 1$

ζ. $||x-1|-2|-1| = 2$

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\left| \frac{2-x}{x+2} \right| = 3$

β. $\frac{|2x+1|}{|1-2x|} = 3$

13. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x-1| \cdot |x-2| = |x-2|$

β. $|x^2-1| - |x-1| = 0$

γ. $|x-1| \cdot |x+1| = 3$

δ. $|3x^2-2x| = |4-6x|$

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 2\sqrt{x^2} = 0$

β. $(x-1)^2 - 3|x-1| = 0$

γ. $|x|^3 - 5x^2 = 0$

δ. $x^2 - 6|x| + 9 = 0$

ε. $|x|^3 - 2x^2 - 9|x| + 18 = 0$

στ. $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = (x-2)^2$

Εξίσωση της μορφής $|f(x)| + |g(x)| = 0$

15. α. Να λύσετε την εξίσωση $|x^2 - 2x| + |x^2 - 4| = 0$.

β. Να βρείτε τις τιμές των x, y, z , για τις οποίες ισχύει:

$$|x-1| + (x-y-2)^2 + \sqrt{x+2y-z} = 0$$

16. Να λύσετε την εξίσωση $|x| + 2 = \frac{2}{\sqrt{x^2+1}}$.

17. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $||x-1|-2| = x-3$

β. $||2x-1|-1| = x-1$

18. Να βρείτε το πλήθος των ριζών των παρακάτω εξισώσεων, για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. $|x-2| + 1 = \alpha$

β. $|x-1| + 2 = \alpha$