

Εξισώσεις της μορφής: $x^n = a$, $x^n - ax^m = 0$

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^3 - 1 = 0$

β. $x^3 + 8 = 0$

γ. $x^5 - 32 = 0$

δ. $x^3 + 27 = 0$

ε. $x^3 - 2 = 0$

στ. $x^2 - 25 = 0$

ζ. $x^2 - 3 = 0$

η. $x^4 - 81 = 0$

θ. $x^2 + 1 = 0$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $8x^3 - 1 = 0$

β. $64x^6 - 1 = 0$

γ. $27x^3 + 1 = 0$

δ. $4x^2 - 9 = 0$

ε. $32x^5 - 243 = 0$

στ. $16x^4 - 625 = 0$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^3 - 24 = 0$

β. $x^2 - 20 = 0$

γ. $x^4 - 9 = 0$

δ. $3x^2 - 1 = 0$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^3 - 16 = 0$

β. $x^3 + 40 = 0$

γ. $x^2 - 12 = 0$

δ. $x^4 - 4 = 0$

ε. $2x^2 - 1 = 0$

στ. $3x^3 - 8 = 0$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^4 = x$

β. $81x^5 - 16x = 0$

γ. $2x^7 = 32x^3$

δ. $24x^5 - 3x^2 = 0$

ε. $54x^7 = 2x^4$

στ. $x^5 + x^3 = 0$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^7 - 4x^3 + x^4 - 4 = 0$

β. $x^9 - 3x^5 + 2x^4 - 6 = 0$

Εξισώσεις της μορφής: $[f(x)]^n = a$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $(3x - 1)^2 = 2$

β. $(2x - 3)^2 - 5 = 0$

γ. $(x + 1)^3 + 27 = 0$

δ. $(x - 1)^4 - 3(x - 1) = 0$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 3x + 3 = \frac{1}{x}$

β. $x^2 + 6x + 12 = -\frac{8}{x}$

γ. $x^3 - 3x + 3 = \frac{2}{x}$

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^3 - (3x + 1)^3 = 0$

β. $27x^3 - (x - 1)^3 = 0$

10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|x^2 - 3| = 1$

β. $|x^4 - 1| = 3$

γ. $|x^3 - 1| = 7$

δ. $|x^5 - 2| = 30$

11. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|3x - 1|^3 - 8 = 0$

β. $(x - 2)^6 - 32d(x, 2) = 0$

γ. $(|x - 1| - 2)^5 - 1 = 0$

δ. $(|x - 3| - 1)^4 - 81 = 0$

12. Να λύσετε την εξίσωση $63x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$.

Γενικές

13. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων και στη συνέχεια, να απλοποιήσετε τον τύπο τους.

α. $y = \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$

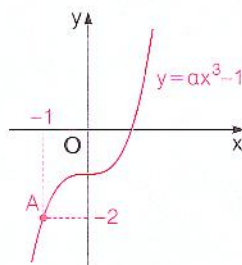
β. $y = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8}$

γ. $y = \frac{x^2 + 1}{x^4 - 1}$

14. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax^3 - 1$, που διέρχεται από το σημείο $A(-1, -2)$.

α. Να δείξετε ότι $a = 1$.

β. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης με τους άξονες.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

15. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

α. Αν $a > 0$ και n περιττός φυσικός, τότε $x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$.

β. Αν $a < 0$ και n άρτιος φυσικός ($n \neq 0$), τότε $x^n = a \Leftrightarrow x = -\sqrt[n]{|a|}$.

γ. Αν $a > 0$ και n άρτιος φυσικός ($n \neq 0$), τότε $x^n = a \Leftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$.

δ. Αν $a < 0$ και n περιττός φυσικός, τότε $x^n = a \Leftrightarrow x = -\sqrt[n]{-a}$.

α.	β.	γ.	δ.

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται η εξίσωση $ax + \beta = 0$. Να γράψετε τις συνθήκες για τις παραμέτρους a και β , ώστε η εξίσωση:

α. να έχει ακριβώς μία λύση

β. να είναι αδύνατη.

A2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

α. Αν $a = 0$ και $\beta = 0$ η εξίσωση $ax + \beta = 0$ είναι ταυτότητα.

β. Αν $a > 0$, τότε η εξίσωση $|x| = a$ έχει δύο λύσεις αντίθετες.

γ. Αν $a < 0$ και n περιττός φυσικός, τότε η εξίσωση $x^n = a^n$ είναι αδύνατη.

δ. Αν n είναι άρτιος φυσικός $n \neq 0$, τότε η εξίσωση $x^n = a^n$ έχει μία μόνο λύση τη $x = a$.

ε. Αν n είναι φυσικός περιττός, τότε η εξίσωση $x^n = a^n$, έχει μοναδική λύση τη $x = a$.

ΘΕΜΑ Β

Να λύσετε τις εξισώσεις:

B1. $|x| - 1 = 0$

B2. $x^3 - 1 = 0$

B3. $x^4 - 1 = 0$

B4. $|x| + 1 = 0$

B5. $x^3 + 1 = 0$

B6. $x^2 - \sqrt{x^2} = 0$

ΘΕΜΑ Γ

Να λύσετε τις εξισώσεις:

Γ1. $|2x - 1| - 3 = 0$

Γ2. $|2x - 1| - |x + 4| = 0$

Γ3. $(3x - 2)^2 - 4 = 0$

Γ4. $(x - 1)^3 + 8 = 0$

Γ5. $x^2 - 2x + 1 - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 0$

Γ6. $|2x - 1| = x$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{|2x - 1|}{3} - \frac{|1 - 2x| - 11}{6} = |4x - 2|$, (1) .

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση $1 - \frac{1}{x + 2} - \frac{1}{2 - x} = \frac{x + 6}{x^2 - 4}$, (2) .

Δ3. Αν ρ_1, ρ_2 οι θετικές ρίζες των εξισώσεων (1) και (2) αντιστοίχως, να λύσετε την εξίσωση $\lambda(x - \lambda) = \rho_2(x + 2) - 5\rho_1\lambda$.