

Α' ΟΜΑΔΑΣ
Επίλυση εξισώσεων 2^{ου} βαθμού

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $3x^2 + 4x + 1 = 0$

β. $x^2 - 3x + 2 = 0$

γ. $2x^2 - x - 1 = 0$

δ. $x^2 - 2x + 1 = 0$

ε. $x^2 + 9 = 6x$

στ. $3x(2 - 3x) = 1$

ζ. $x^2 - x + 2 = 0$

η. $x(1 - 2x) = 1$

θ. $x^2 - 3x + 4 = 0$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 81 = 0$

β. $x^2 - 2 = 0$

γ. $-3x^2 + 1 = 0$

δ. $x^2 + 3 = 0$

ε. $x^2 = 3x$

στ. $\frac{x}{4} = \frac{x^2}{2}$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 2x - 1 = 0$

β. $6x^2 - 12x + 3 = 0$

γ. $\frac{1}{2}x^2 = x + 2$

δ. $x + \frac{1}{x} = 2$

ε. $x + \frac{2}{x} = 4$

στ. $x + \frac{3}{x} = 1$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $x^2 - 2(x - 1) = 2x - 1$

β. $(x - 1)^2 = 3x(x - 2) - 1$

γ. $(2x - 1)^2 - 3(x - 1) = 1$

δ. $x^2 - \frac{2x - 1}{6} = x - \frac{x^2}{3}$

ε. $(x - 1)^3 = x^3 - 7$

στ. $2 - (2x - 1)^2 = 7x - 2x(1 - x)$

5. Να βρείτε το σύνολο που ορίζονται οι παρακάτω συναρτήσεις:

α. $y = \frac{x}{3x^2 - 7x + 2}$

β. $y = \frac{x + 3}{2x^2 - 3x - 2}$

Παραμετρικές εξισώσεις

6. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - (\lambda - 1)x - 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \neq 0$.

α. Να βρείτε την τιμή του λ , για την οποία η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

β. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες, για κάθε $\lambda \neq 0$.

7. Να δείξετε ότι οι παρακάτω εξισώσεις έχουν ρίζες πραγματικές.

$$\alpha. \quad \lambda x^2 - 2x - \lambda = 0, \quad \lambda \neq 0$$

β. $\lambda x^2 + (\lambda - 1)x - 1 = 0$, $\lambda \neq 0$

$$\gamma. \quad \lambda x^2 + 2x - \lambda - 2 = 0, \quad \lambda \neq 0$$

$$\delta. \quad x^2 + (\lambda^2 - 1)x - \lambda^2 = 0$$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha. \quad x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 1 = 0$$

β. $\lambda^2 x^2 - 3\lambda x - 4 = 0$, $\lambda \neq 0$

$$\gamma. \quad x^2 - (\lambda - 2)x - \lambda + 1 = 0$$

δ. $\lambda x^2 - 2x - \lambda + 2 = 0$, $\lambda \neq 0$

9. α. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - (\lambda - 3)x - \lambda + 2 = 0$, (1).

β. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η απόσταση των ριζών της εξίσωσης (1) στον πραγματικό άξονα είναι 2 μονάδες.

10. Να βρείτε το λ , ώστε η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + 1 - 2\lambda = 0$ να έχει διπλή ρίζα και στη συνέχεια να βρείτε τη διπλή ρίζα.

11. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha. \quad x^2 - (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{в. } x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{5})x - \sqrt{10} = 0$$

12. Να βρείτε τις πλευρές ορθογωνίου με περίμετρο 14 και διαγώνιο 5.

13. Να λύσετε την εξίσωση $\lambda^2 x^2 - 2\lambda^3 x + \lambda^4 - 4 = 0$, $\lambda \neq 0$.

14. Να βρείτε το πλήθος των ριζών των παρακάτω εξισώσεων, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\alpha. \quad x^2 - 2x + \lambda = 0$$

β. $x^2 - x - \lambda + 1 = 0$

15. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 1 = 0$,

α. έχει δύο ρίζες άνισες

β. έχει διπλή ρίζα

γ. έχει πραγματικές ρίζες

δ. δεν έχει καμία πραγματική ρίζα.

В' ОМЛАА

16. Να βρείτε τις τιμές των λ, μ , για τις οποίες η εξίσωση

$$x^2 - (\lambda - \mu)x - (\mu^2 - \lambda + 1) = 0$$

έχει διπλή ρίζα το 1 .

17. Αν η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \mu = 0$ έχει διπλή ρίζα, να δείξετε ότι η εξίσωση

$$x^2 + (\mu + 1)x + \frac{\lambda^2}{8} = 0$$

έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

18. Αν $\alpha \neq -\beta$, να δείξετε ότι η εξίσωση $2x^2 + 2(\alpha - \beta)x + \alpha^2 + \beta^2 = 0$ είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

Να εξετάσετε την περίπτωση που είναι $\alpha = -\beta$.

Γενικές

19. Να βρείτε τις τιμές των α και β , για τις οποίες οι παρακάτω εξισώσεις έχουν διπλή ρίζα και στη συνέχεια, να βρείτε τη διπλή ρίζα.

α. $x^2 - 2(2\alpha - \beta)x - |\alpha - 1| = 0$ **β.** $2x^2 - 2(\alpha + \beta)x - 2 + (\alpha + 4)(\beta - 2) = 0$

20. Αν η εξίσωση $x^2 - x + 1 - 3\alpha\beta = 0$ έχει ρίζα τον αριθμό $\alpha + \beta$, να βρείτε τις τιμές των α , β και στη συνέχεια τις ρίζες της εξίσωσης.

21. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - \frac{1}{\lambda})x - 1 = 0$, $\lambda \neq 0$.

α. Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \neq 0$, τις οποίες να τις βρείτε.

β. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η απόσταση των ριζών της εξίσωσης στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι ίση με 2 μονάδες.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

22. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

Έστω η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

α. Αν $\Delta > 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο λύσεις πραγματικές και άνισες.

β. Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει τουλάχιστον δύο ρίζες, τότε έχει ακριβώς δύο ρίζες.

γ. Αν $\Delta \geq 0$, τότε η εξίσωση έχει λύση.

δ. Αν $\Delta = 0$, η εξίσωση έχει διπλή ρίζα.

ε. Αν $\Delta = 0$, τότε η διπλή ρίζα της εξίσωσης είναι η $x = -\frac{\beta}{\alpha}$.

α.	
β.	
γ.	
δ.	
ε.	