

Επίλυση ανισώσεων

1. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $1 - 2(3x - 1) < x - (2x - 5)$

β. $x - 2(3x - 1) > x + 2$

γ. $x^2 - (x - 1)(x - 2) > 5x - 2$

δ. $x - (2x - 1)^2 \geq 3 - 4x(x - 1)$

2. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $3x - 2(x - 1) > 2 + x$

β. $1 - 2(3x - 1) \geq 5 - 3(2x - 1)$

γ. $10 - 7(x - 1) > 3x - 5(2x - 3)$

δ. $5 - (x - 1) \geq x - 2(x - 3)$

3. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $1 - \frac{x}{2} < x - \frac{x}{3}$

β. $1 - \frac{2x - 1}{6} < x - \frac{x - 2}{2}$

γ. $2x - \frac{3(x - 1)}{5} \geq 1 - \frac{1 - 2x}{10}$

δ. $\frac{5}{2} - 5 \cdot \frac{(2x - 1)}{6} < -x$

4. Να βρείτε το μικρότερο ακέραιο, για τον οποίο αληθεύει η ανίσωση

$$\frac{x}{2} - \frac{2x - 1}{4} < x + 2$$

Κοινές λύσεις ανισώσεων

5. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α. $4x + 3 > 0$ και $5x + 4 \geq 0$

β. $6x + 7 \geq 0$ και $7x + 8 \leq 0$

γ. $3(x - 1) > 1 - x$ και $2(x - 3) > 2x - 7$

δ. $1 - (3x - 2) > x$ και $1 - 3(x - 1) > 2 - 3x$

6. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α. $1 - 3(x - 1) > x - (2x - 1)$ και $1 - 2 \cdot \frac{3x - 1}{3} < x - \frac{x - 1}{6}$

β. $x - \frac{x - 1}{8} > 1 - \frac{x}{4}$ και $x^2 - \frac{x(4x - 1)}{4} > 1$

7. Δίνονται οι ανισώσεις $3x - 1 < x + 9$ και $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$. Να βρείτε:

α. Τις λύσεις τους.

β. Το σύνολο των κοινών τους λύσεων.

γ. Τις κοινές ακέραιες λύσεις τους.

8. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α. $4x - 4 < 3x - 2 < x - 1$

β. $\frac{x}{3} \leq x - \frac{x-1}{2} < 1-x$

γ. $\frac{3x-1}{2} < 3x+1 \leq \frac{x+9}{3}$

δ. $\frac{1}{3}x < 1 - \frac{x}{3} < x - \frac{1}{2}$

9. Να βρείτε τα $x \in \mathbb{Z}$ για τα οποία ισχύει:

α. $0 \leq 2x - 1 < 3$

β. $1 < \frac{x-1}{2} \leq 2$

γ. $0 \leq \frac{x}{2} - 1 < 1$

δ. $-2 < \frac{2x}{3} - 1 \leq 0$

10. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η λύση της εξίσωσης

$$\frac{2x-1}{2} + 1 = x - \frac{3x-5}{4}$$

επαληθεύει την ανίσωση $\lambda x^{13} + \frac{x-\lambda}{3} > \frac{x}{2} - \frac{\lambda-1}{4}$.

11. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες οι παρακάτω ανισώσεις έχουν κοινές λύσεις:

$$(x-1)^2 > \lambda - x(1-x) \quad \text{και} \quad \frac{x}{2} - \frac{x-1}{4} > -x+1$$

12. Έστω η παράσταση $A = 5x - 3$. Να βρείτε το x , ώστε η παράσταση A :

α. να παίρνει το πολύ την τιμή 7

β. να υπερβαίνει το 12

γ. να παίρνει τουλάχιστον την τιμή 17 και το πολύ την τιμή 20.

13. Έστω η παράσταση $A = 4x - 1$. Να βρείτε τις τιμές του ακέραιου αριθμού x , για τις οποίες η παράσταση A έχει τιμή τουλάχιστον 3 και το πολύ 23.

14. Έστω η συνάρτηση $y = -3x + 1$.

α. Αν η μέγιστη τιμή του y είναι 7, να βρείτε την ελάχιστη τιμή του x .

β. Αν η ελάχιστη τιμή του x είναι 2, να βρείτε τη μέγιστη τιμή του y .

15. Να βρείτε τις τιμές του x , για τις οποίες ορίζονται οι συναρτήσεις:

α. $y = \sqrt{x-3} + \sqrt[3]{5-x}$

β. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$

γ. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{|x|-2}$

δ. $y = \frac{\sqrt{3x-2}}{x^2-4}$

ε. $y = \frac{\sqrt{x}}{x^3-1}$

στ. $y = \frac{\sqrt{1-x}}{5x^2-9x+4}$

Πρόσημο Γινομένου - Πηλίκου

16. Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των τιμών των παραστάσεων:

α. $P(x) = (x-2)(x-3)$

β. $P(x) = (x+1)(x-1)$

γ. $A = \frac{x+2}{x-1}$

δ. $A = \frac{1}{x} - 1$

Παραμετρικές ανισώσεις

17. Να λύσετε τις παρακάτω παρακάτω ανισώσεις, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. $\lambda(x-\lambda) > x-1$

β. $3\lambda(x-3\lambda) \geq x-1$

γ. $\lambda(x-2\lambda) \leq \frac{x-1}{2}$

18. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση:

α. $\lambda(x-\lambda) = x-1$ έχει μοναδική λύση, η οποία ανήκει στο διάστημα $(-2, 3)$

β. $(3\lambda-2)x = 9\lambda^2-4$ έχει μοναδική λύση, η οποία ξεπερνάει το 3.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

19. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ).

Έστω η ανίσωση $ax + \beta > 0$.

α. Αν $a > 0$, τότε $x > -\frac{\beta}{a}$.

β. Αν $a = 0$ και $\beta > 0$, τότε η ανίσωση είναι αδύνατη.

γ. Αν $a < 0$ και $\beta = 0$, τότε $x < 0$.

δ. Αν $a = 0$ και $\beta = 0$, τότε η ανίσωση είναι αδύνατη.

ε. Αν $a = 0$ και $\beta < 0$, τότε η ανίσωση αληθεύει για κάθε αριθμό x .

στ. Αν $a < 0$, τότε $x < -\frac{\beta}{a}$.

α.	
β.	
γ.	
δ.	
ε.	
στ.	