

# 7.2

## Τριγωνομετρικοί αριθμοί οποιασδήποτε γωνίας

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

#### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ – ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

1. Να χαρακτηρίσετε με την ένδειξη σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) σε καθεμία από τις ακόλουθες περιπτώσεις την πρόταση:  
 Το πρόσημο των διαφορών είναι θετικό.

i)  $\eta\mu 30^\circ - \eta\mu 23^\circ$                       ii)  $\eta\mu 30^\circ - \eta\mu 182^\circ$                       iii)  $\eta\mu 23^\circ - \eta\mu 300^\circ$   
 iv)  $\epsilon\phi 120^\circ - \epsilon\phi 30^\circ$                       v)  $\sigma\upsilon\nu 120^\circ - \sigma\upsilon\nu 300^\circ$
2. Αν  $\eta\mu\omega < 0$  και  $\epsilon\phi\omega < 0$ , τότε η τελική πλευρά της γωνίας  $\omega$  βρίσκεται στο:

A. 1ο τεταρτημόριο                                      B. 2ο τεταρτημόριο  
 Γ. 3ο τεταρτημόριο                                      Δ. 4ο τεταρτημόριο.
3. Η τιμή του γινομένου  $A = \sigma\upsilon\nu 0^\circ \eta\mu 90^\circ \sigma\upsilon\nu 180^\circ \eta\mu 270^\circ$  ισούται με:

A. 2                                      B. 0                                      Γ. -1                                      Δ. 1
4. Η τιμή του γινομένου  $B = \eta\mu 90^\circ \epsilon\phi 45^\circ \sigma\upsilon\nu 90^\circ \eta\mu 30^\circ \sigma\upsilon\nu 180^\circ$  ισούται με:

A. 0                                      B. -1                                      Γ. 1                                      Δ. 2
5. Να συμπληρώσετε στον επόμενο πίνακα το τεταρτημόριο, στο οποίο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας  $\omega$ .

	Τριγωνομετρικοί αριθμοί		Τεταρτημόριο τελικής πλευράς
1.	$\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$	α.	
2.	$\epsilon\phi\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$	β.	
3.	$\epsilon\phi\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$	γ.	
4.	$\eta\mu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta > 0$	δ.	
5.	$\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$	ε.	
6.	$\epsilon\phi\theta > 0$ και $\eta\mu\theta < 0$	στ.	

6. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Γωνία $\omega$	Πρόσημο $\eta\mu\omega$	Πρόσημο $\sigma\upsilon\nu\omega$	Πρόσημο $\epsilon\phi\omega$
$100^\circ$			
$55^\circ$			
$250^\circ$			
$330^\circ$			

7. Να αντιστοιχίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της στήλης Α με τις τιμές τους, που υπάρχουν στη στήλη Β.

	ΣΤΗΛΗ Α		ΣΤΗΛΗ Β
α.	$\epsilon\phi 30^\circ$	1.	0
β.	$\eta\mu 30^\circ$	2.	-1
γ.	$\eta\mu 180^\circ$	3.	$\frac{1}{2}$
δ.	$\sigma\upsilon\nu 30^\circ$	4.	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
ε.	$\sigma\upsilon\nu 180^\circ$	5.	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
στ.	$\sigma\upsilon\nu 45^\circ$	6.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

### ΘΕΜΑΤΑ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Να σχεδιάσετε σε τετραγωνισμένο χαρτί ένα σύστημα αξόνων  $xOy$  και να πάρετε τα σημεία  $A(6, 8)$ ,  $B(-6, 8)$ ,  $\Gamma(-6, -8)$ ,  $\Delta(6, -8)$ . Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών  $\widehat{XOA}$ ,  $\widehat{XOB}$ ,  $\widehat{XOG}$ ,  $\widehat{XOD}$ .

**2.** Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχονται οι τιμές των παραστάσεων:

i)  $A = 2\eta\mu x - 1$

ii)  $B = -2\sigma\upsilon\nu x + 3$

iii)  $\Gamma = 3\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu x + 6$

iv)  $\Delta = -3\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x.$

**3.** Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιέχονται οι τιμές των παραστάσεων:

i)  $A = 3 + \eta\mu x$

ii)  $B = \sigma\upsilon\nu x + 4$

iii)  $\Gamma = \frac{1}{3 + \eta\mu x}$

iv)  $\Delta = \frac{\sigma\upsilon\nu x + 4}{3 + \eta\mu x}$

**4.** Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

i)  $A = (\eta\mu 45^\circ + \eta\mu 90^\circ) \cdot (\sigma\upsilon\nu 45^\circ + \sigma\upsilon\nu 180^\circ)$

ii)  $B = \sigma\upsilon\nu 360^\circ \cdot \eta\mu 90^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ \cdot \eta\mu 270^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ$

iii)  $\Gamma = 3\eta\mu 90^\circ - \sigma\upsilon\nu 360^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 180^\circ + \eta\mu^2 90^\circ$

iv)  $\Delta = (\eta\mu 0^\circ + \sigma\upsilon\nu 45^\circ - \eta\mu 30^\circ) \cdot (\sigma\upsilon\nu 90^\circ + \eta\mu 45^\circ + \sigma\upsilon\nu 60^\circ)$

v)  $E = \frac{1}{2}\eta\mu 90^\circ - \eta\mu 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 90^\circ + 3 \cdot \epsilon\phi 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ + \epsilon\phi 60^\circ$

**5.** Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

i)  $A = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \epsilon\phi 60^\circ - \eta\mu 270^\circ \cdot (\eta\mu 30^\circ)^{-1}}{\epsilon\phi^2 45^\circ - \sigma\upsilon\nu 180^\circ + \sigma\upsilon\nu 90^\circ}$

ii)  $B = \frac{\sigma\upsilon\nu 270^\circ \cdot \epsilon\phi 45^\circ + \eta\mu 0^\circ \cdot \eta\mu 45^\circ + \eta\mu 180^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ}{\eta\mu 30^\circ + \eta\mu 45^\circ + \eta\mu 60^\circ}$

iii)  $\Gamma = \frac{\eta\mu 90^\circ \cdot \eta\mu^2 45^\circ - \eta\mu 270^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ}{-\eta\mu 270^\circ \cdot \eta\mu^2 30^\circ + \sigma\upsilon\nu 0^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ}$

iv)  $\Delta = \frac{\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ \cdot \eta\mu 90^\circ + \eta\mu^2 30^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ}{2\sigma\upsilon\nu^2 30^\circ + \eta\mu 270^\circ}$

v)  $E = \frac{-\eta\mu^2 45^\circ \cdot \eta\mu 270^\circ + \sigma\upsilon\nu 0^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ}{\sigma\upsilon\nu 0^\circ + 2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ \cdot \eta\mu^2 30^\circ}$

**6.** Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

i)  $A = \frac{(\eta\mu 30^\circ)^{-2} \cdot x^2 + \sigma\upsilon\nu 180^\circ \cdot y^2}{4\eta\mu 90^\circ \cdot x^2 - 3 \cdot (\sigma\upsilon\nu 30^\circ)^{-2} \cdot x \cdot y - \eta\mu 270^\circ \cdot y^2}$

ii)  $B = \frac{3 \cdot (\epsilon\phi 30^\circ)^{-2} \cdot x^2 + \eta\mu 270^\circ}{\epsilon\phi^4 60^\circ \cdot x^2 + 6\sigma\upsilon\nu 180^\circ \cdot x + \epsilon\phi 45^\circ}$

iii)  $\Gamma = \frac{\eta\mu 90^\circ \cdot x^3 + 3x^2y \cdot \eta\mu 0^\circ + 3xy^2 \cdot \sigma\upsilon\nu 90^\circ + \sigma\upsilon\nu 0^\circ \cdot y^3}{\epsilon\phi 45^\circ \cdot x^2 + \eta\mu 270^\circ \cdot xy + \eta\mu 90^\circ \cdot y^2}$

$$\text{iv) } \Delta = \frac{(\varepsilon\phi 60^\circ x)^4 + 9\eta\mu 270^\circ \cdot \varepsilon\phi 45^\circ y^4}{\left(\frac{3}{4} + \eta\mu^2 30^\circ\right)x^2 - \sigma\upsilon\nu 180^\circ \cdot \left(\frac{1}{4} + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ\right)y^2}$$

**7.** Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

$$\text{i) } A = \frac{\varepsilon\phi 45^\circ \alpha^3 + 2\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \alpha^2 \beta + 3 \cdot \eta\mu 90^\circ \alpha \beta^2 - \eta\mu 270^\circ \beta^3}{\eta\mu 90^\circ \alpha^2 + (\eta\mu 30^\circ)^{-1} \alpha \beta + \sigma\upsilon\nu 0^\circ \beta^2}$$

$$\text{ii) } B = \frac{\varepsilon\phi 45^\circ \alpha^3 + 3 \cdot \eta\mu 270^\circ \alpha^2 \beta + 3 \cdot \eta\mu 90^\circ \alpha \beta^2 + \sigma\upsilon\nu 180^\circ \beta^3}{(\eta\mu 45^\circ \cdot \alpha)^2 - (\sigma\upsilon\nu 45^\circ \cdot \beta)^2}$$

$$\text{iii) } \Gamma = \frac{2 \cdot \eta\mu 30^\circ \alpha^4 + 9 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ \cdot (\eta\mu 60^\circ)^{-4}}{2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ \alpha^2 - \alpha \beta \cdot \eta\mu 0^\circ - \eta\mu 270^\circ \cdot (\eta\mu 30^\circ)^{-2}}$$

$$\text{iv) } \Delta = \frac{(\eta\mu 45^\circ \alpha)^2 - \eta\mu 90^\circ \sigma\upsilon\nu 0^\circ \alpha \beta + (\sigma\upsilon\nu 45^\circ \cdot \beta)^2}{\varepsilon\phi 45^\circ \alpha^2 + \eta\mu 270^\circ \beta^2}$$