

8.1

Συστήματα γραμμικών εξισώσεων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ – ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

1. Δίνεται το σύστημα $\left. \begin{array}{l} -x + 4y = -2 \\ 4x - 2y = 22 \end{array} \right\}$ (Σ). Ποιο από τα επόμενα σημεία αποτελεί τη λύση του συστήματος;

- A. (1, 6) B. (6, 1) Γ. (-6, -1) Δ. (-1, -6)

2. Δίνεται το σύστημα $\left. \begin{array}{l} x - 2y = 2 \\ 2x + 3y = 11 \end{array} \right\}$ (Σ). Ποιο από τα επόμενα σημεία αποτελεί τη λύση του συστήματος;

- A. (4, 1) B. (1, 4) Γ. (-1, -4) Δ. (-4, -1)

ΘΕΜΑΤΑ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Να λύσετε τα συστήματα:

i) $\left. \begin{array}{l} x = 2 \\ 3x + y = 5 \end{array} \right\}$

ii) $\left. \begin{array}{l} y = 2 \\ 3x + y = -1 \end{array} \right\}$

iii) $\left. \begin{array}{l} x = 2 \\ 2x - y = 0 \end{array} \right\}$

iv) $\left. \begin{array}{l} y = 8 \\ y = 4x \end{array} \right\}$

2. Να λύσετε γραφικά τα συστήματα:

i) $\left. \begin{array}{l} x - 4y = 2 \\ 2x - y = 11 \end{array} \right\}$

ii) $\left. \begin{array}{l} -x + 2y = -2 \\ 2x + 3y = 11 \end{array} \right\}$

3. Να λύσετε τα συστήματα:

i) $\left. \begin{array}{l} 3x - 6y = 3 \\ x - 2y = -4 \end{array} \right\}$

ii) $\left. \begin{array}{l} 2x - y = 2 \\ -4x + 2y = 8 \end{array} \right\}$

4. Να λύσετε τα συστήματα:

i) $\left. \begin{array}{l} x - y = -2 \\ 3x - 3y = -6 \end{array} \right\}$

ii) $\left. \begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ 4x + 2y = 4 \end{array} \right\}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ – ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ

1. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις με την ένδειξη σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).

i) Το σύστημα (Σ) $\begin{cases} -x + 3y = 5 \\ 2x - 6y = 12 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις.

ii) Το σύστημα (Σ) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases}$ είναι αδύνατο.

iii) Το σύστημα (Σ) $\begin{cases} x + y = 55 \\ x - y = 19 \end{cases}$ έχει μία λύση, το ζεύγος $(x, y) = (37, 18)$.

2. Αν το σύστημα (Σ) $\begin{cases} (2\kappa + \lambda)x + y = 2 \\ x + (\kappa + \lambda)y = 10 \end{cases}$ έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (2, 3)$, τότε για τα κ και λ ισχύει:

A. $(\kappa, \lambda) = \left(-\frac{19}{6}, \frac{35}{6}\right)$

B. $(\kappa, \lambda) = (-19, 35)$

Γ. $(\kappa, \lambda) = (-6, 6)$

Δ. $(\kappa, \lambda) = \left(\frac{5}{6}, \frac{7}{6}\right)$

3. Αν το σύστημα (Σ) $\begin{cases} (2\kappa + 1)x - (\lambda - 2)y = 1 \\ 3\kappa x + (\lambda + 1)y = 3 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις, τότε για τα κ, λ ισχύει:

A. $(\kappa, \lambda) = \left(-1, \frac{5}{4}\right)$

B. $(\kappa, \lambda) = \left(\frac{5}{4}, -1\right)$

Γ. $(\kappa, \lambda) = (-1, -1)$

Δ. $(\kappa, \lambda) = \left(\frac{5}{4}, -\frac{5}{4}\right)$

4. Οι ευθείες με εξισώσεις $y - x = 1$ και $x + y = 1$ τέμνονται στο σημείο με συντεταγμένες (x, y) :

A. $(0, -1)$

B. $(-1, 0)$

Γ. $(0, 1)$

Δ. $(1, 0)$

5. Αν το σύστημα (Σ) $\begin{cases} -3x + 2y = \kappa \\ 6x - 4y = \lambda \cdot \kappa \end{cases}$ $\kappa \neq 0, \lambda \neq 0$, έχει άπειρες λύσεις, τότε το κ ισούται με:

A. 0

B. 1

Γ. 2

Δ. -2

6. Αν το σύστημα $(\Sigma) \begin{cases} 2x + ky = 0 \\ 6x + 9y = 3 \end{cases}$ είναι αδύνατο, τότε το k ισούται με:

A. 3

B. -3

Γ. 0

Δ. 2

7. Να αντιστοιχίσετε κάθε πρόταση της στήλης A με την κατάλληλη τιμή του λ , που βρίσκεται στη στήλη B.

	ΣΤΗΛΗ Α		ΣΤΗΛΗ Β
α.	Το σύστημα $\begin{cases} x + 3y = 10 \\ 2x - \lambda y = 2 \end{cases}$ είναι αδύνατο.	1.	$\lambda = 3$
β.	Το σύστημα $\begin{cases} x + 3y = \lambda - 1 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις.	2.	$\lambda = 1$
γ.	Το σύστημα $\begin{cases} x + \lambda y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$ έχει μία λύση, το ζεύγος $(x, y) = (5, 2)$.	3.	$\lambda = -6$

ΘΕΜΑΤΑ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

1. Να λύσετε τα ακόλουθα συστήματα με τη μέθοδο της αντικατάστασης.

i) $\begin{cases} x + 3y = 11 \\ x - y = -1 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ 5x - 2y = 5 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} 3x - 4y = 19 \\ 4x + 8y = 12 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 3x + y = 13 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$

vi) $\begin{cases} x - 12y = 4 \\ 3x - 41y = 7 \end{cases}$

2. Να λύσετε τα ακόλουθα συστήματα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

i) $\begin{cases} 2x - 5y = -11 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} 5x - 2y = 17 \\ 4x + 3y = 32 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} -x + 4y = -2 \\ 4x - 2y = 22 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$

vi) $\begin{cases} 6\alpha - 2\beta = 11 \\ 9\alpha - 3\beta = 15 \end{cases}$

vii) $\begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 10x + 7y = -1 \end{cases}$

viii) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$

ix) $\begin{cases} 3x + 8y = 20 \\ -2x + 3y = -55 \end{cases}$

$$x) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

3. Να λύσετε τα ακόλουθα συστήματα με τη μέθοδο της σύγκρισης.

$$i) \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} 2x + y = 10 \\ 5x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} y - 3x = 10 \\ x = y - 6 \end{cases}$$

$$vi) \begin{cases} 3x - 4y = 19 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

4. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} 4,5x - 3y = 9 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} x + y = 12 \\ 0,09x + 0,11y = 1,18 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 0,1x = 0,2y + 0,6 \\ 2y = x - 2 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} x - 3y = 9 \\ -0,2 \cdot x + 0,6y = -1,8 \end{cases}$$

5. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = 9 \\ \frac{4}{x} - \frac{5}{y} = 7 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 2 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 4 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 5 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{7}{9} \end{cases}$$

$$vi) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{8}{x} - \frac{9}{y} = 1 \end{cases}$$

$$vii) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

6. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} \frac{1}{x-y} + \frac{1}{4y-x} = 3 \\ \frac{2}{x-y} + \frac{3}{4y-x} = 7 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} \frac{3}{y-x} + \frac{4}{3y-2x} = 7 \\ \frac{4}{y-x} - \frac{1}{3y-2x} = 3 \end{cases}$$

7. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ 3x^2 - 2y^2 = -6 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 18 \\ 3x^2 + 2y^2 = 35 \end{cases}$$

8. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} 3(x + y) = -4 \\ 3(9 + x) = 5(y + 3) \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 3(\varphi - 3\omega) = 5(3\omega - \varphi) \\ 2(3\varphi - \omega) = 3(4\omega + \varphi) + 5 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 3(7x + 9y) - 162 = 6(4 - 2x) \\ 4(6x - 8y) + 24 = 7(x + 2y) \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} 2(3x - y) + 3(x + y) - (x - y) = 70 \\ 3(x + 2y) - 2(x - y) + 5(2x - 4) = 92 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 2(2x + 3y) = 3(2x - 3y) + 10 \\ 4x - 3y = 4(6y - 2x) + 3 \end{cases}$$

$$vi) \begin{cases} 7(5x + 7y) = 13(3x + 11) \\ 11(11x + 27) = 19(7x + 5y) \end{cases}$$

$$vii) \begin{cases} 2(x - y - 1) = x + 4 \\ 5x + y = 17 - 2y \end{cases}$$

$$viii) \begin{cases} 2(x - 4 + y) = -20 \\ x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$ix) \begin{cases} 3(x + 4) = 2(y + 4) \\ 2(x - 1) = y - 1 \end{cases}$$

$$x) \begin{cases} 3(x + y) - 2(x - y) = 2 \\ -(x + y) + 4(x - y) = -14 \end{cases}$$

9. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} 2(2x - y) - 4(y - 2x) = 48 \\ 3(5x + y) - 5(y + x) = 40 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} 3(x + y) + 2(y - x) - 7 = 0 \\ 5(x - y) + 3(x + y) = 14 \end{cases}$$

$$iii) \begin{cases} 3(2x - 4) + 4(3y - 1) = 26 \\ 2x + y + 16 - 3(x + 2y) = 0 \end{cases}$$

$$iv) \begin{cases} 4(x + 2) + 3(y - 4) = 3(5x - y) \\ 3(2y - x) + 2(x + y) = 12(x + 1) \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 2(x - 3) = 5(2 - y) - 17 \\ 3(1 - 3y) + x = 5(x - 2) + 16 \end{cases}$$

$$vi) \begin{cases} 3(x + y) - 2(x - y) - 10 = 0 \\ 4(x + y) + 3(x - y) = 36 \end{cases}$$

$$vii) \begin{cases} 3(3x + 2y) = x + 4y + 6(y + 2) \\ 12x - 2(x + y) = 3x + 15 \end{cases}$$

$$viii) \begin{cases} 3(x - y) + 2(x + y) = 15 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 25 \end{cases}$$

10. Να λύσετε τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} \frac{x}{7} = \frac{y}{8} \\ x + y = 45 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} \frac{x - 1}{3} = \frac{y - 2}{4} \\ 4x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$\text{iii) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{5}{3} \\ \frac{x+y}{3} + \frac{x-y}{4} = 3 \end{cases}$$

$$\text{iv) } \begin{cases} \frac{x+2}{3} + \frac{y-4}{4} = \frac{5x-y}{4} \\ \frac{2y-x}{4} + \frac{x+y}{6} = x+1 \end{cases}$$

$$\text{v) } \begin{cases} \frac{2x+3y}{3} = \frac{2x-3y}{2} + \frac{5}{3} \\ \frac{4x-3y}{4} = 6y-2x + \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{vi) } \begin{cases} \frac{2x-y}{2} - (y-2x) = 12 \\ \frac{5x+y}{5} - \frac{y+x}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\text{vii) } \begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{y-x}{3} = \frac{7}{6} \\ \frac{x-y}{3} + \frac{x+y}{5} = \frac{14}{15} \end{cases}$$

$$\text{viii) } \begin{cases} \frac{2x-4}{4} + \frac{3y-1}{3} = \frac{13}{6} \\ \frac{2x+y}{3} - (x+2y) = -\frac{16}{3} \end{cases}$$

11. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\text{i) } \begin{cases} \frac{x+y}{5} = \frac{x-y}{3} \\ \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{y+2}{2} \end{cases}$$

$$\text{ii) } \begin{cases} \frac{x+y}{4} - \frac{5(x-6)}{8} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = \frac{2y+1}{4} \end{cases}$$

$$\text{iii) } \begin{cases} \frac{3x+2y}{2} = \frac{x+4y}{6} + y + 2 \\ 2x - \frac{x+y}{3} = \frac{x+5}{2} \end{cases}$$

$$\text{iv) } \begin{cases} \frac{x+y+4}{4} = \frac{2x-y}{3} \\ \frac{3x-y}{3} = \frac{2x+y}{4} + \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{v) } \begin{cases} \frac{2x-y}{3} - \frac{18+4y}{8} = 0 \\ \frac{x+y}{2} = 3 + 2y \end{cases}$$

$$\text{vi) } \begin{cases} \frac{x-y-1}{3} = \frac{x-y+4}{2} \\ \frac{x+4}{3} - \frac{5x-4y}{6} = 0 \end{cases}$$

12. Αν για τη συνάρτηση $f(x) = (\kappa + \lambda)x^2 + \kappa x - 3\lambda$ ισχύει $f(1) = 0$ και $f(2) = 3$, να βρείτε τις τιμές των κ και λ .

13. Αν για τη συνάρτηση $f(x) = ax^2 + bx + 1$ ισχύει $f(2) = -5$ και $f(-1) = 7$, να βρείτε τις τιμές των a και b .

14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\kappa - \lambda)x^2 - (3\kappa + \lambda)x + 1$. Αν ισχύει $f(3) = -11$ και $f(-1) = 5$, να βρείτε τις τιμές των κ και λ .

15. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β , αν γνωρίζετε ότι η εξίσωση $3x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 6 = 0$ έχει ρίζες τους αριθμούς -2 και 3 .

16. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς λ και μ , αν γνωρίζετε ότι για τη συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + \lambda x^2 + \mu x + 6$ ισχύει $f(1) = 0$ και $f(-2) = -12$.

17. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β , ώστε η εξίσωση $x^4 + \alpha x^3 + \beta x^2 - 16x - 12$ να έχει ρίζες τους αριθμούς -1 και 2 .

18. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β , ώστε η εξίσωση:

$$(\alpha - \beta)x^2 - (2\alpha - \beta - 1)x + \beta = 0$$

να έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και 1 .

19. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β , ώστε η εξίσωση:

$$(\alpha - \beta)x^2 - (3\alpha + 2\beta + 2)x - (5\beta + \alpha + 3) = 0$$

να έχει ρίζες τους αριθμούς 6 και $-\frac{2}{3}$.

20. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β , ώστε η εξίσωση:

$$\alpha x^2 + (\alpha + 4)x + 3\beta - 2 = 0$$

να έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και -5 .

21. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς μ και ν , ώστε η εξίσωση:

$$\mu x^3 + (\mu - 2)x^2 - (3\nu + 5)x - 4\nu = 0$$

να έχει ρίζες τους αριθμούς -1 και 3 .

22. Αν τα συστήματα (Σ_1) και (Σ_2) είναι ισοδύναμα, να βρείτε τις τιμές των α και β .

$$(\Sigma_1) \begin{cases} 2x - 3y = x - 1 \\ -2(x + 1) + 3y = -2(y + 1) \end{cases}$$

$$(\Sigma_2) \begin{cases} \frac{(\alpha + \beta)x - 1}{3} = 3\alpha + \beta - \frac{(2\alpha - \beta)y + (\alpha + \beta)}{4} \\ \frac{x + (2\alpha + \beta)}{2} - 3 = \frac{(2\alpha - \beta)x - (2\beta - \alpha)y}{3} \end{cases}$$

23. Αν τα συστήματα (Σ_1) και (Σ_2) είναι ισοδύναμα, να βρείτε τις τιμές των α και β .

$$(\Sigma_1) \begin{cases} \frac{\varphi - 2\omega}{4} = \omega + 1 - \frac{\varphi}{4} \\ \frac{\varphi + 3\omega}{4} = 3 - \omega \end{cases}$$
$$(\Sigma_2) \begin{cases} \frac{(\alpha - \beta)\varphi + \omega}{2} - \frac{\varphi + (3\beta - \alpha)\omega}{3} = \alpha - \beta \\ \frac{\varphi + \beta\omega}{3} + \frac{(\alpha - \beta)\varphi - \omega}{4} = \alpha + \beta \end{cases}$$

24. Αν τα συστήματα (Σ_1) και (Σ_2) είναι ισοδύναμα, να βρείτε τις τιμές των α και β .

$$(\Sigma_1) \begin{cases} \frac{x - y + 12}{4} + 1 = \frac{2y - x}{4} \\ \frac{x - y + 8}{4} = \frac{y - x - 2}{2} \end{cases}$$
$$(\Sigma_2) \begin{cases} \frac{\alpha x + \beta}{3} + \frac{(3\alpha - \beta)y - 4}{4} = \frac{(\alpha + 2\beta)x - y}{4} \\ \frac{\beta y - \alpha x}{4} + \frac{\alpha x + y}{6} = \alpha x + \beta - \alpha \end{cases}$$

25. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} (\alpha + 3\beta)x - (\alpha - \beta)y = -9 \\ \alpha x - (\beta + 1)y = 5 \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (-1, -2)$.

26. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} (\alpha + \beta)x + (2\alpha + \beta)y = 5\alpha + 9\beta \\ \beta x - (10\alpha - 2\beta + 1)y = -2\beta \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (5, 2)$.

27. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} (\alpha + \beta)\omega = (\alpha + \beta + 1)\varphi + \beta + 1 \\ (\alpha + \beta)\varphi = (\alpha + \beta + 1)\omega - (\alpha + \beta + 2) \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(\varphi, \omega) = (1, 2)$.

28. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} \frac{\alpha x + \beta y}{2} - \frac{\alpha x - \beta y}{3} = \frac{2(\alpha + \beta) + 1}{3} \\ \frac{\alpha x + \beta y}{3} - \frac{\alpha x - \beta y}{4} = 2\alpha - \beta \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (5, 1)$.

29. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} \frac{(\alpha - \beta)x + y}{5} = \frac{x - (\alpha - \beta)y}{3} \\ \frac{x + \beta y}{2} - \frac{(\alpha - \beta)x - y}{3} = \frac{y + \alpha}{2} \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (4, 1)$.

30. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} \frac{(\alpha - \beta)x + \beta}{3} + \frac{(\alpha - \beta)y - (\alpha + 1)}{4} = \frac{(\alpha + \beta)x - y}{4} \\ \frac{\beta y - x}{4} + \frac{x + y}{6} = (\alpha - \beta)x + 2\beta - \alpha \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (4, 8)$.

31. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε το σύστημα:

$$(\Sigma) \begin{cases} \frac{(4 + \alpha + \beta)x + (\alpha - \beta)y}{2} = \frac{\alpha x + 7y}{6} + y + \alpha - \beta \\ (\alpha - \beta)x - \frac{x + y}{3} = \frac{\alpha x + 2\alpha - 3\beta}{2} \end{cases}$$

να έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (3, 3)$.

32. Να λύσετε τα συστήματα:

i) $\begin{cases} x - \sqrt{5}y = 0 \\ 2x + \sqrt{5}y = 3\sqrt{5} \end{cases}$

ii) $\begin{cases} \sqrt{2}x - \sqrt{3}y = \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = \sqrt{3} - \sqrt{2} \end{cases}$

iii) $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5 \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 2\sqrt{6} \end{cases}$

iv) $\begin{cases} \sqrt{2}x = 3y \\ \sqrt{2}x + 2y = 4\sqrt{2} \end{cases}$

v) $\begin{cases} \sqrt{2}(x + y) - 2(x - y) = 3\sqrt{2} + 2 \\ 2y - x = 3 \end{cases}$

33. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\text{i)} \begin{cases} 3x^2 - 2y^2 = 25 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} x + y = -3 \\ y^2 + x = -1 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} x + 3y = 1 \\ x^2 - xy = 1 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \begin{cases} 3x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\text{v)} \begin{cases} x + 2y = -3 \\ y^2 = x + 2 \end{cases}$$

$$\text{vi)} \begin{cases} y^2 = 4x + 5 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$\text{vii)} \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + xy = 60 \end{cases}$$

34. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\text{i)} \begin{cases} x + y = 20 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} y + x^2 = 0 \\ y - 5x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \begin{cases} x - y = -3 \\ xy = 10 \end{cases}$$

$$\text{v)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 6 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$\text{vi)} \begin{cases} y^2 - 3x^2 = 4 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$\text{vii)} \begin{cases} x + y = 8 \\ xy = -15 \end{cases}$$

$$\text{viii)} \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = -15 \end{cases}$$

$$\text{ix)} \begin{cases} -x + 2y = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$$

$$\text{x)} \begin{cases} 3x + 1 = y \\ x^2 - y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{xi)} \begin{cases} 2(x + 1) - 2(y + 2) = x + 1 \\ 2y^2 - x = -3 \end{cases}$$

$$\text{xii)} \begin{cases} 3(x - 2) + 2(y - 1) = 4 \\ x^2 - y = -6 \end{cases}$$

35. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\text{i)} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x^2 - 3xy = 14 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} x + y = 7 \\ 3x^2 + xy - y^2 = 81 \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} x + y = -1 \\ 3x^2 - 5y^2 - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\text{v)} \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 91 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$\text{vi)} \begin{cases} x = \frac{y-1}{2} \\ y = x^2 - 2x + 4 \end{cases}$$

$$\text{vii)} \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x^2 + 4y^2 + 12x = 27 \end{cases}$$

$$\text{viii)} \begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 - y^2 = 65 \end{cases}$$

$$\text{ix)} \begin{cases} x + y = 35 \\ x^2 + y^2 = 625 \end{cases}$$

$$\text{x)} \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x^2 + 2xy = -3 \end{cases}$$

36. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\text{i)} \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 67 \\ x + y = 11 \end{cases}$$

$$\text{ii)} \begin{cases} x + y = 7 \\ 3x^2 - 81 = y^2 - xy \end{cases}$$

$$\text{iii)} \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{iv)} \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{v)} \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 - xy = 6 \end{cases}$$

$$\text{vi)} \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 4x^2 + 9y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{vii)} \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 - xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{viii)} \begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{ix)} \begin{cases} 3x + y = 5 \\ x^2 + xy = 3 \end{cases}$$

$$\text{x)} \begin{cases} x + 2y = 2 \\ x^2 + 4y^2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{xi)} \begin{cases} 3x = 2y \\ x^2 + xy + y^2 = 19 \end{cases}$$

$$\text{xii)} \begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + yx = 4 \end{cases}$$

$$\text{xiii)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 5 = 4x + 3y \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

37. Για ποιες τιμές των α και β , το σύστημα $\begin{cases} 3\alpha x + \beta y = 5 \\ \alpha^2 x + \alpha\beta y = \beta^2 - 1 \end{cases}$ έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (1, 1)$;

38. Για ποιες τιμές του λ , το σύστημα $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = \lambda + 1 \\ y - x = \lambda \end{cases}$ έχει μόνο μία λύση;

39. Για ποιες τιμές του λ , το σύστημα $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 4x + 8y - 16 \\ y = 2x + \lambda \end{cases}$ έχει μόνο μία λύση;

40. Για τις διάφορες τιμές του α , να βρείτε πόσες λύσεις έχει το σύστημα $\begin{cases} y = x^2 \\ x - y = \alpha \end{cases}$.

41. Για τις διάφορες τιμές του λ να βρείτε πόσες λύσεις έχει το σύστημα
$$\begin{cases} y = 2x - 3\lambda \\ y = x^2 \end{cases}$$

42. Να λύσετε τα συστήματα:

i)
$$\begin{cases} (x - 3)(y - 2) = 0 \\ x^2 - xy = 2 \end{cases}$$

ii)
$$\begin{cases} (x - 2y)(x + y) = 0 \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$$

43. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία:

i) $A(0, -5), B\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

ii) $A(0, 1), B(2, -3)$

iii) $A(3, 3), B(6, 2)$

iv) $A(-2, 8), B(1, 2)$

44. Δίνεται η συνάρτηση με εξίσωση $y = x^2 + \beta x + \gamma$. Να βρείτε τα β και γ , ώστε η γραφική της παράσταση να διέρχεται από τα σημεία $A(2, 0)$ και $B(1, 2)$.

45. Δίνεται η συνάρτηση με εξίσωση $y = ax^2 + \beta x + 4$. Να βρείτε τα a και β , ώστε η γραφική της παράσταση να διέρχεται από τα σημεία $A(1, 0)$ και $B(2, -2)$.

46. Δίνεται η συνάρτηση με εξίσωση $y = ax^2 + 6x + \gamma$. Να βρείτε τα a και γ , ώστε η γραφική της παράσταση να διέρχεται από τα σημεία $A(1, 12)$ και $B(-2, -9)$.

47. Να βρείτε τη σημερινή ηλικία μιας μητέρας και της κόρης της, αν το άθροισμα των ηλικιών τους είναι 34 και έπειτα από πέντε χρόνια η μητέρα θα έχει τριπλάσια ηλικία από την κόρη της.

48. Σε μια εκδήλωση ο αριθμός των γυναικών που συμμετέχουν είναι διπλάσιος από τον αριθμό των ανδρών. Μία ώρα μετά την έναρξη της εκδήλωσης, δέκα ζευγάρια αποχωρούν και ο αριθμός των ανδρών που απομένουν είναι τα $\frac{4}{9}$ του αριθμού των γυναικών που απομένουν. Πόσοι άνδρες και πόσες γυναίκες συμμετείχαν αρχικά στην εκδήλωση;

49. Ένας αγρότης ρωτήθηκε πόσες κότες και πόσα πρόβατα έχει στο αγρόκτημά του και απάντησε ότι τα ζώα του έχουν 30 κεφάλια και 72 πόδια. Πόσα πρόβατα και πόσες κότες έχει ο αγρότης;

50. Ένας διψήφιος αριθμός έχει άθροισμα ψηφίων 10. Όταν η σειρά των ψηφίων του αντιστραφεί, ο αριθμός που προκύπτει είναι κατά 36 μεγαλύτερος από τον αρχικό. Ποιος είναι ο αριθμός;

51. Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 12. Αν εναλλάξουμε την τάξη των ψηφίων του, προκύπτει αριθμός κατά 18 μικρότερος από τον αρχικό. Ποιος είναι ο αριθμός;

- 52.** Σε ένα διψήφιο αριθμό, το ψηφίο των μονάδων είναι τα $\frac{2}{3}$ του ψηφίου των δεκάδων. Αν μεταξύ των ψηφίων του, παρεμβάλλουμε τον αριθμό 9, ο αριθμός που προκύπτει είναι κατά 900 μεγαλύτερος από τον αρχικό. Να βρείτε το διψήφιο αριθμό.
- 53.** Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 8. Αν παρεμβάλλουμε τον αριθμό 3 μεταξύ των ψηφίων του αριθμού, τότε προκύπτει τριψήφιος αριθμός, που είναι κατά 300 μεγαλύτερος από τον αρχικό. Να βρείτε το διψήφιο αριθμό.
- 54.** Να βρείτε έναν τετραψήφιο αριθμό, αν γνωρίζουμε ότι:
- ο αριθμός δεν μεταβάλλεται, αν γράψουμε τα ψηφία του με αντίστροφη σειρά,
 - το άθροισμα των ψηφίων του είναι 16,
 - ο αριθμός, που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία του, είναι κατά 18 μεγαλύτερος του αριθμού τον οποίο σχηματίζουν τα δύο πρώτα ψηφία του.
- 55.** Δύο θετικοί ακέραιοι έχουν διαφορά 44. Αν ο μεγαλύτερος ακέραιος διαιρεθεί με το μικρότερο, προκύπτει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 16. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;
- 56.** Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 120 και διαφορά 32. Ποιοι είναι οι αριθμοί αυτοί;
- 57.** Οι ηλικίες πατέρα και γιου έχουν άθροισμα 45. Αν η ηλικία του πατέρα είναι κατά 5 χρόνια μεγαλύτερη από την τριπλάσια ηλικία του γιου, ποια ηλικία έχει ο καθένας;
- 58.** Πριν από 6 χρόνια η ηλικία ενός πατέρα ήταν τριπλάσια από την ηλικία της κόρης του. Έπειτα από 6 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια από την ηλικία της κόρης του. Ποιες είναι σήμερα οι ηλικίες του πατέρα και της κόρης του;
- 59.** Ένας πατέρας είναι κατά 25 χρόνια μεγαλύτερος από το γιο του. Πριν από 6 χρόνια το άθροισμα των ηλικιών τους ήταν 43. Να βρείτε τη σημερινή ηλικία του πατέρα και του γιου.
- 60.** Ο υπεύθυνος ενός καταστήματος αγόρασε δύο ποιότητες παιχνιδιών. Το ένα παιχνίδι κόστισε 1,5 € στην α' ποιότητα και 1,7 € στη β' ποιότητα. Αν είχε αγοράσει τα μισά από τα παιχνίδια από αυτά που αγόρασε στην α' ποιότητα και τα διπλάσια παιχνίδια από αυτά που αγόρασε στη β' ποιότητα, θα πλήρωνε 196 € αντί των 188 € που πλήρωσε. Πόσα παιχνίδια από κάθε ποιότητα αγόρασε;
- 61.** Σε μια συναυλία υπήρχαν εισιτήρια των 70 λεπτών του € και των 50 λεπτών του €. Τα τρία τέταρτα των θεατών που αγόρασαν εισιτήριο των 70 λεπτών του € και οι μισοί από τους θεατές που αγόρασαν εισιτήριο των 50 λεπτών του €, αγόρασαν και πρόγραμμα. Αν το πρόγραμμα κόστιζε 10 λεπτά του € και οι εισπράξεις από τα εισιτήρια ήταν 580 € και από τα προγράμματα 60 €, να βρείτε πόσοι ήταν οι θεατές που αγόρασαν εισιτήριο των 70 και πόσοι των 50 λεπτών του €.

- 62.** 12 κιλά μήλα και 24 κιλά πορτοκάλια κοστίζουν 21,6 €, ενώ 24 κιλά μήλα και 13 κιλά πορτοκάλια κοστίζουν 18 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει το κιλό τα πορτοκάλια και πόσο το κιλό τα μήλα.
- 63.** 10 κιλά πατάτες και 20 κιλά κρεμμύδια κοστίζουν 15,2 €. 20 κιλά πατάτες και 10 κιλά κρεμμύδια κοστίζουν 11,2 €. Πόσο κοστίζει το κιλό οι πατάτες και πόσο το κιλό τα κρεμμύδια;
- 64.** Ένα σετ που αποτελείται από μία κανάτα και 12 ποτήρια κοστίζει 10 €. Η ίδια κανάτα και 18 ίδια ποτήρια κοστίζουν 11,5 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει η κανάτα.
- 65.** Ένας ένοικος μιας πολυκατοικίας πληρώνει κοινόχρηστα 6 λεπτά του € για κάθε μονάδα μέτρησης φωτισμού της πολυκατοικίας και 1 λεπτό του € για κάθε μονάδα της θέρμανσης. Για το μήνα Φεβρουάριο ο λογαριασμός των κοινοχρήστων θα ήταν 26 €, όμως από λάθος χρεώθηκε 1 λεπτό του € για κάθε μονάδα φωτισμού και 6 λεπτά του € για κάθε μονάδα θέρμανσης και ο λογαριασμός ήταν 16 €. Πόσες μονάδες φωτισμού και πόσες μονάδες θέρμανσης χρεώθηκε;
- 66.** 20 πακέτα σοκολάτας και 200 πακέτα μπισκότα κοστίζουν 17 €, ενώ 16 πακέτα σοκολάτας και 100 πακέτα μπισκότα κοστίζουν 11,50 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει το κάθε πακέτο σοκολάτας.
- 67.** Ένας καθηγητής μένει στην περιοχή Παπάγου και για να πάει το πρωί στο σχολείο του, περπατά μέχρι το σπίτι ενός συναδέλφου του, που μένει στο Χολαργό, με μέση ταχύτητα 8 km/h. Στη συνέχεια με το αυτοκίνητο του συναδέλφου του φτάνουν στο σχολείο σε 21 λεπτά της ώρας, με μέση ταχύτητα 40 km/h. Μια μέρα που ο καθηγητής άργησε να ξεκινήσει, έτρεξε στο Χολαργό με ταχύτητα 16 km/h και κατόπιν με το αυτοκίνητο, σε 12 λεπτά της ώρας και με μέση ταχύτητα 60 km/h, έφτασαν στο σχολείο. Να βρείτε την απόσταση που απέχει το σχολείο από το σπίτι του καθηγητή στου Παπάγου.
- 68.** Ένας άνθρωπος σε 3,5 ώρες διανύει x km με ταχύτητα 8 km/h και y km με ταχύτητα 20 km/h. Αν σε 5 ώρες διανύσει $(2x + 4)$ km με ταχύτητα 8 km/h και $\frac{y}{3}$ km με ταχύτητα 20 km/h, να βρείτε τα x και y .
- 69.** Ένα αυτοκίνητο διάνυσε σε 2,5 h απόσταση x km με ταχύτητα 30 km/h και απόσταση y km με ταχύτητα 60 km/h. Αν σε $\frac{13}{3}$ h διανύσει τα x km με 15 km/h και τα y km με 45 km/h, να βρείτε τα x και y .
- 70.** Κάποιος είχε 600 € και τα τόκισε σε δύο μέρη. Το πρώτο μέρος με επιτόκιο 4% και το δεύτερο μέρος με επιτόκιο 5%. Έπειτα από ένα έτος έλαβε συνολικά τόκο 26 €. Να βρείτε τα μέρη στα οποία χωρίστηκε το κεφάλαιο.

- 71.** Δύο ποσά διαφέρουν κατά 50 €. Το μικρότερο ποσό τοκίστηκε προς 5% και το μεγαλύτερο προς 4% ετησίως. Να βρείτε τα ποσά, αν σε ένα έτος απέδωσαν τόκους 20 € συνολικά.
- 72.** Δύο ποσά διαφέρουν κατά 5 €. Το μεγαλύτερο τοκίστηκε προς 4% και το μικρότερο προς 5% ετησίως. Να βρείτε τα ποσά, αν στο τέλος του έτους ήταν μαζί με τους τόκους ίσα.
- 73.** Ένας έμπορος αγόρασε 200 κιλά τσαγιού, δύο διαφορετικών ποιοτήτων. Η α' ποιότητα είχε τιμή 6 € το κιλό, ενώ η β' 4 € το κιλό. Αν το μείγμα που δημιουργήθηκε είχε τιμή 5,2 € το κιλό, να βρείτε πόσα κιλά τσαγιού αγόρασε από κάθε ποιότητα.
- 74.** Ένας οδηγός διάνυσε με το αυτοκίνητό του απόσταση 48 km, σε 45 λεπτά της ώρας. Από την απόσταση αυτή διάνυσε ένα μέρος με λιακάδα, ταξιδεύοντας με ταχύτητα 72 km/h και το υπόλοιπο μέρος με βροχερό καιρό και ταχύτητα 48 km/h. Να βρείτε την απόσταση που διάνυσε ο οδηγός σε καθεμία από τις περιπτώσεις.
- 75.** Η απόσταση Αθήνα - Άργος είναι 144 km. Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την Αθήνα με προορισμό το Άργος, με σταθερή ταχύτητα 16 km/h. Από το Άργος, μία ώρα αργότερα ξεκινά μοτοσικλετιστής με προορισμό την Αθήνα και σταθερή ταχύτητα 48 km/h. Πόσα χιλιόμετρα είχε διανύσει ο ποδηλάτης και πόσα ο μοτοσικλετιστής μέχρι τη στιγμή που συναντήθηκαν;
- 76.** Ένας ποδηλάτης ξεκίνησε στις 10.00 π.μ., για να ψωνίσει σε απόσταση 7 km. Ποδηλατούσε με σταθερή ταχύτητα 10 km/h, μέχρι που έπαθε λάστιχο και αναγκάστηκε να διανύσει την υπόλοιπη απόσταση περπατώντας, με ταχύτητα 3 km/h. Αν έφτασε στον προορισμό του στις 11.10 π.μ., να βρείτε πόσα km ποδηλατούσε και πόσα km περπάτησε.
- 77.** Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 15, ενώ το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 117. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.
- 78.** Δύο ακέραιοι αριθμοί έχουν άθροισμα 15 και τα τετράγωνά τους διαφέρουν κατά 45. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.
- 79.** Δύο αριθμοί διαφέρουν κατά 5 και η διαφορά των τετραγώνων τους είναι 45. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.
- 80.** Να βρείτε δύο αριθμούς που διαφέρουν κατά 2 και το άθροισμα των τετραγώνων τους ισούται με 650.
- 81.** Να βρείτε δύο αριθμούς με άθροισμα 17 και γινόμενο 60.

- 82.** Να βρείτε δύο αριθμούς που διαφέρουν κατά 7 και έχουν γινόμενο 18.
- 83.** Σε μια κατασκήνωση με 40 παιδιά μοιράστηκαν 750 παιχνίδια ως εξής: κάθε αγόρι πήρε τόσα παιχνίδια όσα ο αριθμός των κοριτσιών που υπήρχαν στην κατασκήνωση και, αντίστοιχα, κάθε κορίτσι πήρε τόσα παιχνίδια όσα ο αριθμός των αγοριών της κατασκήνωσης. Πόσα ήταν τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια της κατασκήνωσης;
- 84.** Ένα οικοπέδο σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου έχει εμβαδόν 300 m^2 . Αν το μήκος του είναι κατά 5 m μεγαλύτερο από το πλάτος του, να βρείτε τις διαστάσεις του οικοπέδου.
- 85.** Να βρείτε τις διαστάσεις ορθογωνίου παραλληλογράμμου με περίμετρο 68 cm και διαγώνιο 26 cm.
- 86.** Η βάση ενός παραλληλογράμμου είναι κατά 10 cm μεγαλύτερη από το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση αυτή. Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου είναι 56 cm^2 . Να βρείτε τη βάση και το ύψος του παραλληλογράμμου.
- 87.** Το άθροισμα των δύο κάθετων πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 15 cm και το εμβαδόν του είναι 28 cm^2 . Να βρείτε τις δύο κάθετες πλευρές του τριγώνου.
- 88.** Να βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με περίμετρο 42 cm και διαγώνιο 15 cm.
- 89.** Να βρείτε τις κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου, αν έχουν άθροισμα 7 cm και η υποτείνουσα του τριγώνου είναι 5 cm.
- 90.** Αν αυξήσουμε το μήκος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου κατά μία μονάδα και συγχρόνως μειώσουμε το πλάτος του κατά μία μονάδα, το εμβαδόν του ελαττώνεται κατά 2 τετραγωνικές μονάδες. Αν στο ίδιο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αυξήσουμε το πλάτος κατά 3 μονάδες και μειώσουμε το μήκος κατά μία μονάδα, τότε το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 14 τετραγωνικές μονάδες. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
- 91.** Αν ένα πυροβόλο εκτοξεύσει βλήμα κατακόρυφα προς τα πάνω, το ύψος h του βλήματος σε χρόνο $t \text{ sec}$ δίνεται από τον τύπο $h = at + bt^2$. Να βρείτε:
- τα a , b , αν γνωρίζουμε ότι το βλήμα σε χρόνο 1 sec φτάνει σε ύψος 19 m και σε 2 sec φτάνει σε ύψος 28 m
 - το ύψος έπειτα από χρόνο $t = 4 \text{ sec}$
 - το ύψος έπειτα από χρόνο $t = 4,8 \text{ sec}$.