

Υπολογισμός μέσης τιμής

1. Οι βαθμοί στο 1^ο τετράμηνο:

- Της Έλλης ήταν: 16, 18, 13, 20, 12, 17
- Του Πέτρου ήταν: 14, 13, 17, 11, 18

Να βρείτε τη μέση τιμή (μέσο όρο) των βαθμών της Έλλης και του Πέτρου.

2. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων:

α. 3, 5, 9, 7, 4, 6, 1

β. -5, 2, 0, 3, -2, 1, 1

3. Οι βαθμοί ενός μαθητή στις γραπτές εξετάσεις του Ιουνίου ήταν:

13, 17, 13, 16, 17, 13, 16, 19, 17, 17

Να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών του μαθητή.

4. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων που δίνονται στους παρακάτω πίνακες:

α.

Τιμές x_i	v_i
1	6
3	4
5	6
7	2
9	2

β.

Τιμές x_i	v_i
2	5
3	10
4	15
5	20

γ.

Κλάσεις	v_i
[1, 3)	18
[3, 5)	12
[5, 7)	8
[7, 9)	10
[9, 11)	2

5. Οι χαμηλότερες θερμοκρασίες σε μια πόλη τον Νοέμβριο φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε τη μέση θερμοκρασία τις ημέρες αυτές.

Θερμοκρασία	Ημέρες
-5	4
-2	5
0	3
1	12
3	6

6. α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

Τιμές x_i	v_i	$x_i v_i$
1		
3		15
5		40
7	3	
Σύνολο	20	

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων του πίνακα.

7. Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν οι μαθητές της Α΄ Λυκείου να λύσουν ένα πρόβλημα φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε το μέσο χρόνο των μαθητών.

Χρόνος	Μαθητές
[0, 4)	12
[4, 8)	15
[8, 12)	13

8. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων:

α. 1, 3, 5, 2, 1, 2, 3, 5, 3, 2

β. 0, 5, 3, 2, 1, 2, 1, 0, 5, 2,
1, 2, 5, 3, 0, 2, 1, 5, 3, 1

9. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων που δίνονται από τους πίνακες:

α.

Τιμές x_i	f_i
10	0,1
15	0,4
20	0,3
25	0,2

β.

Κλάσεις	$f_i\%$
[5, 15)	5
[15, 25)	30
[25, 35)	50
[35, 45)	15

10. Η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα μάθημα φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών.

Βαθμολογία	Φοιτητές %
4	10
5	30
6	40
7	10
8	10

11. Οι ηλικίες των εκπαιδευτικών σε ένα σχολείο φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε τη μέση τιμή των ηλικιών των εκπαιδευτικών.

Ηλικίες	v_i
[25, 35)	6
[35, 45)	8
[45, 55)	4
[55, 65)	2

12. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων: $0, 3, 4, \alpha, 2\alpha$ είναι 5, να βρείτε το α .

13. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων:

$$3, \alpha, 5, 2\alpha, \alpha+2$$

είναι 6, να βρείτε το α .

14. Η μέση τιμή πέντε αριθμών είναι 5. Αν οι τρεις από αυτούς είναι οι: 0, 3, 4, να βρείτε τους άλλους δύο, ώστε ο ένας να είναι τριπλάσιος του άλλου.

15. Να βρείτε πέντε διαδοχικούς περιττούς αριθμούς που έχουν μέση τιμή 9.

16. Να βρείτε την τιμή του α του διπλανού πίνακα, αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x}=5$.

x_i	v_i
2	α
4	4
6	1
8	3

17. Στο διπλανό πίνακα φαίνεται η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα μάθημα. Αν ο μέσος όρος των βαθμών είναι 5,9, να βρείτε το α και το πλήθος των φοιτητών.

Βαθμός	Φοιτητές
4	2
5	α
6	8
8	4

18. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους $n=30$, οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{x}=9$. Να βρείτε τα α, β .

Κλάσεις	v_i
$[-3, 3)$	α
$[3, 9)$	10
$[9, 15)$	β
$[15, 21)$	5

19. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους $n=14$, οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{x}=5$. Να βρείτε τα α, β .

x_i	v_i
0	α
4	4
6	β
8	3

20. Να βρείτε τις τιμές των α , β του διπλανού πίνακα, αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι 0,8.

x_i	$f_i\%$
0	10
-2	α
3	40
1	β

21. Οι βαθμοί ενός μαθητή στο 1^ο τετράμηνο ήταν 17, 15, 20, 18, 14. Αν στο 2^ο τετράμηνο στα 2 μαθήματα αύξησε το βαθμό κατά 4 μονάδες και σε ένα μάθημα πήρε 2 μονάδες λιγότερο, να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών σε καθένα από τα τετράμηνα.

22. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής X , σε ομαδοποιημένα δεδομένα.

Κλάσεις	n_i
[0, 4)	3
[4, 8)	4
[8, 12)	7
[12, 16)	5
[16, 20)	1

- α. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.
β. Αν δύο παρατηρήσεις της τρίτης κλάσης, μετακινηθούν στην τελευταία κλάση, να βρείτε τη νέα μέση τιμή.

23. Οι ηλικίες 50 εργαζομένων σε μία εταιρεία φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

Κλάσεις	Ηλικίες	n_i
1 ^η	[25, 35)	5
2 ^η	[35, 45)	10
3 ^η	[45, 55)	20
4 ^η	[55, 65)	15

- α. Να βρείτε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.
β. Αποχωρούν 10 εργαζόμενοι της 4^{ης} κλάσης και προσλαμβάνονται συγχρόνως 5 στην 1^η κλάση και 5 στη 2^η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή.

Άθροισμα παρατηρήσεων

24. Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα είναι 18, 16, 19, 17, 15.

- α. Να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών.
β. i. Αν ο βαθμός του μαθητή σε ένα έκτο μάθημα είναι 14, να βρείτε το μέσο όρο των βαθμών.
ii. Να βρείτε, ποιος πρέπει να είναι ο βαθμός του σε ένα έκτο μάθημα, ώστε ο μέσος όρος των βαθμών να γίνει 17,5.

- 25.** Σε μία εταιρεία εργάζονται 6 υπάλληλοι, οι οποίοι έχουν μέσο μισθό 700 ευρώ.
- Να βρείτε το κόστος μισθοδοσίας της εταιρείας.
 - Αν στην εταιρεία προσληφθούν δύο υπάλληλοι με μισθούς 730 και 750 ευρώ αντίστοιχα, να βρείτε:
 - το κόστος μισθοδοσίας
 - το μέσο μισθό.
 - Αν η εταιρεία συγχωνευθεί με μία άλλη εταιρεία που απασχολεί 4 υπαλλήλους με μέσο μισθό 750 ευρώ, να βρείτε:
 - το συνολικό κόστος μισθοδοσίας
 - το μέσο μισθό όλων των υπαλλήλων.
- 26.** Μια εταιρεία έχει 10 εργαζόμενους με μέσο μηνιαίο μισθό 1200 €.
- Να βρείτε το νέο μέσο μισθό, όταν:
 - ένας εργαζόμενος με μισθό 1.200 € πάρει σύνταξη,
 - προσληφθούν δύο εργαζόμενοι ακόμη με μισθό 850 €,
 - πάρει σύνταξη ένας με μισθό 1.190€ και προσληφθούν τρεις με μισθό 850 €.
 - Αν προσληφθεί ένας εργαζόμενος, ποιος πρέπει να είναι ο μηνιαίος μισθός του, ώστε ο μέσος μηνιαίος μισθός όλων να είναι 1.210 €.
 - Πόσους εργαζόμενους με μηνιαίο μισθό 850 € πρέπει να προσλάβει η εταιρεία, ώστε ο μέσος μισθός να είναι 1.100 €;
- 27.** Ο μέσος όρος των βαθμών ενός μαθητή στο 1^ο τετράμηνο σε δέκα μαθήματα είναι 15. Σε πόσα μαθήματα πρέπει να αυξήσει κατά 2 μονάδες το βαθμό στο 2^ο τετράμηνο, ώστε ο μέσος όρος να γίνει 15,6;

Σταθμικός μέσος

- 28.** Έστω οι τιμές: 2, 5, 6 ενός συνόλου δεδομένων με συντελεστές στάθμισης 1, 2, 3. Να βρείτε το σταθμικό μέσο αυτών.
- 29.** Η επίδοση ενός μαθητή σε δύο από τα τρία μαθήματα είναι 18 και 16 με αντίστοιχους συντελεστές 1 και 1,3. Ποια πρέπει να είναι η επίδοση του μαθητή στο τρίτο μάθημα με συντελεστή 0,7, ώστε ο σταθμικός μέσος να είναι 16,2;
- 30.** Σε ένα Γυμνάσιο ο μέσος όρος το 1^ο τετράμηνο στα Μαθηματικά στην Α' τάξη που έχει 36 μαθητές είναι 14,5, στη Β' τάξη με 32 μαθητές είναι 15 και στη Γ' τάξη με 30 μαθητές είναι 15,5. Να βρείτε το μέσο όρο στα Μαθηματικά όλων των μαθητών του Γυμνασίου.

31. Το μέσο βάρος των 12 αγοριών μιας τάξης είναι 70 kg και το μέσο βάρος των 8 κοριτσιών είναι 50 kg.

Να βρείτε το μέσο βάρος των μαθητών της τάξης.

32. Η μέση τιμή του ημερομισθίου 50 εργατών είναι 31 €. Από αυτούς οι 10, λόγω ανθυγιεινής εργασίας, έχουν μέσο ημερομίσθιο 35 €.

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του ημερομισθίου των υπολοίπων εργατών.

33. Το μέσο βάρος 12 αγοριών και 8 κοριτσιών μιας τάξης είναι 66 kg.

Αν το μέσο βάρος των αγοριών είναι 70 kg, να βρείτε το μέσο βάρος των κοριτσιών.

34. Η μέση τιμή του βάρους 150 σπουδαστών μιας Σχολής είναι 60 Kg. Η μέση τιμή του βάρους των αγοριών είναι 70 Kg, ενώ των κοριτσιών 55 Kg. Να βρείτε πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια;

Β' ΟΜΑΔΑ

35. Ο χρόνος που κάνουν οι μαθητές ενός σχολείου να πάνε από το σπίτι στο σχολείο είναι από 4 έως 20 λεπτά. Το 20% κάνει χρόνους κάτω από 8 λεπτά, το 50% κάτω από 12 λεπτά, και το 15%, τουλάχιστον, 16 λεπτά. Να ομαδοποιήσετε τους παραπάνω χρόνους σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και να βρείτε το μέσο χρόνο των μαθητών.

36. Ο διπλανός πίνακας δίνει τη διάρκεια ζωής δύο τύπων ηλεκτρικών συσκευών A και B σε χιλιάδες ώρες. Μία ηλεκτρική συσκευή τύπου A στοιχίζει 50 €. Ποιον τύπο ηλεκτρικής συσκευής θα προτιμήσετε, αν η μία ηλεκτρική συσκευή τύπου B στοιχίζει:

α. 50 €

β. 52 €

A	B
10	10
11	12
20	15
29	33
40	45

37. Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος με μεταβλητή x φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων που είναι:

α. μικρότερες του 8

β. μεγαλύτερες ή ίσες του 4.

Κλάσεις	n_i
[0, 4)	4
[4, 8)	6
[8, 12)	8
[12, 16)	2

38. Σε 20 παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X βρήκαμε μέση τιμή $\bar{x} = 60$. Διαπιστώθηκε όμως στο τέλος, ότι οι 10 παρατηρήσεις από αυτές είχαν εσφαλμένα υπερεκτιμηθεί κατά 5 μονάδες κάθε μία, ενώ οι 9 από τις υπόλοιπες είχαν υποεκτιμηθεί κατά 10 μονάδες η κάθε μία. Να βρείτε τη σωστή μέση τιμή των παρατηρήσεων αυτών.

39. Τις παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X τις έχουμε ομαδοποιήσει σε 4 κλάσεις, όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Πόσες επιπλέον, παρατηρήσεις με τιμές στην τελευταία κλάση πρέπει να έχουμε, ώστε η μέση τιμή να είναι 4,8 :

Κλάσεις	x_i	v_i
[0, 2)		2
[2, 4)		4
[4, 6)		8
[6, 8)		2
Σύνολο		

40. Τις παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X τις έχουμε ομαδοποιήσει σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι 13,8, να βρείτε το πλάτος των κλάσεων.

Κλάσεις	x_i	v_i
[,)		2
[, 13)		6
[,)		8
[,)		4
Σύνολο		

41. Σε μια επιχείρηση είναι 50 εργαζόμενοι στα τμήματα Α και Β. Οι εργαζόμενοι στο τμήμα Α πήραν αύξηση στο μηνιαίο μισθό 100 €, ενώ οι εργαζόμενοι στο τμήμα Β 50 €. Αν η μέση τιμή όλων των μηνιαίων μισθών αυξήθηκε κατά 70 €, να βρείτε πόσοι είναι οι εργαζόμενοι στο τμήμα Α και πόσοι στο Β ;

42. Θεωρούμε ένα δείγμα n παρατηρήσεων μίας συνεχούς μεταβλητής X , τις οποίες τις ομαδοποιούμε σε 4 κλάσεις, όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα.

α. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.

β. Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων που είναι:

i. μικρότερες του 29,

ii. μεγαλύτερες ή ίσες του 13 και μικρότερες του 29.

Κλάσεις	f_i
[5, 13)	0,1
[13, 21)	0,3
[21, 29)	0,4
[29, 37)	0,2
Σύνολο	

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

43. Οι χρόνοι (σε min) 20 μαθητών της Δ' τάξης ενός Εσπερινού ΕΠΑ.Λ. για να λύσουν ένα πρόβλημα, δίνονται στο διπλανό πίνακα.

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$.

Χρόνος	x_i	v_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
[5, 15)		2		
[,)			20	
[,)				360
[,)				
Σύνολο				

44. Οι χρόνοι ομιλίας (σε ώρες) n συνδρομητών μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του χρόνου ομιλίας.

Ώρες	x_i	f_i	F_i	a_i
[0, 1)		0,2		
[,)			0,5	
[,)				36°
[,)				
Σύνολο				

45. Θεωρούμε ένα δείγμα n παρατηρήσεων τις οποίες ομαδοποιούμε, όπως φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Αν $\bar{x} = 14$, να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Κλάσεις	$f_i\%$	a_i
[8, 10)	10	
[10, 12)		
[12, 14)		108°
[14, 16)		
[16, 18)	30	
Σύνολο		

46. Οι ηλικίες 50 εργαζομένων σε ένα εργοστάσιο φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
β. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των εργαζομένων.

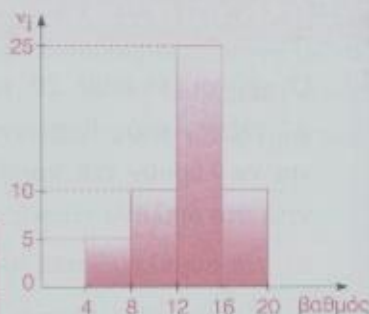
Κλάσεις	Ηλικίες	x_i	v_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
1 ^η	[,)		5		
2 ^η	[35, 45)			20	
3 ^η	[,)				800
4 ^η	[,)				
Σύνολο					

- γ. Αποχωρούν 5 εργαζόμενοι της 3^{ης} κλάσης, 10 εργαζόμενοι της 4^{ης} κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται 15 εργαζόμενοι στην 1^η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των εργαζομένων.
δ. Να υπολογίσετε τους υπαλλήλους που έχουν ηλικία μικρότερη από 40 έτη.
ε. Να υπολογίσετε το ποσοστό των εργαζομένων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 50 έτη.

47. Σε ένα διαγωνισμό Μαθηματικών η βαθμολογία των μαθητών δίνεται από το διπλανό ιστόγραμμα συχνοτήτων v_i .

α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$x_i v_i$
[4, 8)						
[8, 12)						
[12, 16)						
[16, 20)						
Σύνολο						



β. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών.

γ. Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μέχρι 10 ;

Θ.Ε.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

48. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά.

α. Αν $x_1, x_2, \dots, x_k$ οι τιμές μιας μεταβλητής X με:

i. συχνότητες $v_1, v_2, \dots, v_k$, τότε $\bar{x} = \dots\dots\dots$

ii. σχετικές συχνότητες $f_1, f_2, \dots, f_k$, τότε $\bar{x} = \dots\dots\dots$

β. Αν $w_1, w_2, \dots, w_v$ οι συντελεστές στάθμισης των $x_1, x_2, \dots, x_v$, τότε

$$\bar{x} = \dots\dots\dots$$

γ. Έστω τα δείγματα A_1, A_2 , με μέσες τιμές $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ και μεγέθη αντίστοιχα, n_1, n_2 . Η μέση τιμή και των δύο δειγμάτων είναι:

$$\bar{x}_{\text{ω}} = \dots\dots\dots$$

49. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α. Η μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

β. Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι ένα μέτρο διασποράς.

α.	β.