

## Διάμεσος των παρατηρήσεων $t_i$

1. Να βρείτε τη διάμεσο στα παρακάτω δύο δείγματα.

Δείγμα Α: -2, 0, 2, 4, 3, 10, 12.

Δείγμα Β: 3, 12, 8, 9, 5, 11, 14, 18.

## Διάμεσος από πίνακες συχνοτήτων

2. Να βρείτε τη διάμεσο των χρόνων (σε λεπτά) που χρειάστηκαν, για να λύσουν ένα πρόβλημα, οι μαθητές των τεσσάρων τμημάτων της Γ' τάξης ενός Λυκείου, που φαίνονται στους παρακάτω πίνακες.

1<sup>ο</sup> Τμήμα

| Χρόνος | Μαθητές |
|--------|---------|
| 10     | 5       |
| 12     | 7       |
| 14     | 8       |
| 16     | 7       |

2<sup>ο</sup> Τμήμα

| Χρόνος | Μαθητές |
|--------|---------|
| 10     | 6       |
| 12     | 7       |
| 14     | 9       |
| 16     | 6       |

3<sup>ο</sup> Τμήμα

| Χρόνος | Μαθητές |
|--------|---------|
| 10     | 7       |
| 12     | 6       |
| 14     | 10      |
| 16     | 3       |

4<sup>ο</sup> Τμήμα

| Χρόνος | Μαθητές |
|--------|---------|
| 10     | 4       |
| 12     | 8       |
| 14     | 10      |
| 16     | 6       |

## Διάμεσος σε ομαδοποιημένα δεδομένα

3. Να βρείτε τη διάμεσο στα δείγματα που έχουν τους παρακάτω πίνακες σχετικών συχνοτήτων %.

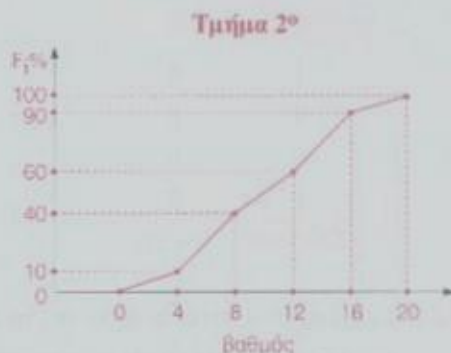
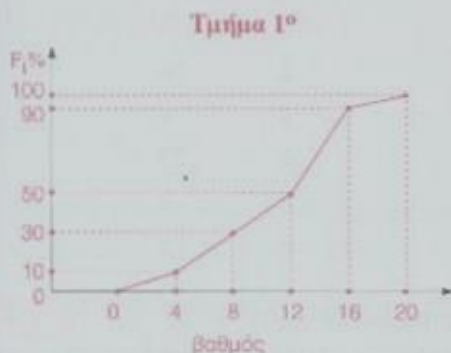
α.

| Κλάσεις  | $f_i\%$ |
|----------|---------|
| [3, 8)   | 18      |
| [8, 13)  | 32      |
| [13, 18) | 40      |
| [18, 23) | 10      |

β.

| Κλάσεις  | $f_i\%$ |
|----------|---------|
| [5, 9)   | 15      |
| [9, 13)  | 25      |
| [13, 17) | 20      |
| [17, 21) | 40      |

4. Να βρείτε τη διάμεσο των βαθμών των μαθητών της Γ' Λυκείου του κάθε τμήματος, που πήραν σε ένα διαγώνισμα, αν τα πολύγωνα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων είναι τα παρακάτω.



### Εύρεση παραμέτρων

5. Αν η διάμεσος των αριθμών  $5, 8, 3, 2\kappa - 1, 10$  είναι  $7$ , να βρείτε το  $\kappa$ .
6. Η μέση τιμή και η διάμεσος πέντε αριθμών είναι  $5$ . Οι τρεις από αυτούς είναι οι αριθμοί:  $1, 6, 10$ . Να βρείτε τους άλλους δύο.
7. Να βρείτε  $9$  διαδοχικούς περιττούς αριθμούς που να έχουν διάμεσο  $17$ .
8. Να βρείτε έξι διαδοχικούς άρτιους αριθμούς που να έχουν διάμεσο  $13$ .
9. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  με τις αντίστοιχες συχνότητές τους. Να βρείτε το  $a$ , αν η διάμεσος είναι  $5$ .

| $x_i$ | $v_i$ |
|-------|-------|
| 2     | 7     |
| 3     | 8     |
| 4     | 9     |
| 6     | $a$   |
| 9     | 8     |

10. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  με τις αντίστοιχες συχνότητές τους. Αν η διάμεσος είναι  $2,5$ , να βρείτε το  $a$ .

| $x_i$ | $v_i$   |
|-------|---------|
| 1     | $a$     |
| 2     | $a + 3$ |
| 3     | $2a$    |
| 4     | $a + 1$ |

11. Στους παρακάτω πίνακες δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  σε δύο δείγματα. Αν η διάμεσος και στα δύο δείγματα είναι 5, να βρείτε τα  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda$ .

Δείγμα Α

| $x_i$         | $v_i$    |
|---------------|----------|
| 1             | $\alpha$ |
| 4             | 8        |
| 6             | 6        |
| 7             | $\beta$  |
| <b>Σύνολο</b> | $v = 20$ |

Δείγμα Β

| $x_i$ | $f_i\%$   |
|-------|-----------|
| 2     | 20        |
| 4     | $\kappa$  |
| 6     | 25        |
| 8     | $\lambda$ |
| 9     | 15        |

12. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  με τις αντίστοιχες αθροιστικές σχετικές συχνότητες. Αν η διάμεσος είναι 6 και η μέση τιμή 5,5, να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

| $x_i$ | $F_i\%$  |
|-------|----------|
| 2     | 10       |
| 3     | 30       |
| 5     | $\alpha$ |
| 7     | $\beta$  |
| 9     | $\gamma$ |

13. Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  με τις αντίστοιχες σχετικές συχνότητες. Αν η διάμεσος είναι 6,5, να βρείτε τις τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$ .

| $x_i$ | $f_i\%$  |
|-------|----------|
| 2     | 10       |
| 3     | $\alpha$ |
| 6     | 25       |
| 7     | 30       |
| 10    | $\beta$  |

14. Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής συχνοτήτων. Αν η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = 2,6$ :

α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

β. Να βρείτε τη διάμεσο.

| $x_i$         | $v_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---------------|-------|-------|-------|
| 1             | 9     |       |       |
| 2             | 16    |       |       |
| 3             | 11    |       |       |
| 4             |       |       |       |
| <b>Σύνολο</b> |       |       |       |

## Β' ΟΜΑΔΑ

15. Η βαθμολογία σαράντα μαθητών της Γ' τάξης σ' ένα διαγώνισμα φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Η διάμεσος είναι 16. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

| Κλάσεις       | $x_i$ | $v_i$ | $f_i\%$ | $a_i$ |
|---------------|-------|-------|---------|-------|
| [12, )        |       | 6     |         |       |
| [ , )         |       |       | 35      |       |
| [ , )         |       |       |         | 108°  |
| [ , )         |       |       |         |       |
| <b>Σύνολο</b> |       |       |         |       |

16. Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής συχνοτήτων. Αν η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = 2,6$  :

α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

β. Να βρείτε τη διάμεσο.

| $x_i$         | $v_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---------------|-------|-------|-------|
| 1             | 9     |       |       |
| 2             |       |       |       |
| 3             | 11    | 0,22  |       |
| 4             |       |       |       |
| <b>Σύνολο</b> |       |       |       |

17. Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής συχνοτήτων. Ισχύει ότι  $\bar{x} = \delta = 2,5$  .

α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

β. Να σχεδιάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

| $x_i$         | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ |
|---------------|-------|-------|-------|
| 1             |       |       |       |
| 2             | 2     |       |       |
| 3             | 4     | 0,2   |       |
| 4             |       |       |       |
| 5             |       |       |       |
| <b>Σύνολο</b> |       |       |       |

18. Θεωρούμε ένα δείγμα παρατηρήσεων μιας συνεχούς μεταβλητής  $X$  και τις ομαδοποιούμε σε 4 ισοπλάτεις κλάσεις, όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα. Αν η διάμεσος  $\delta = 18$  και η μέση τιμή  $\bar{x} = 17,2$  , να συμπληρώσετε τον πίνακα.

| Κλάσεις | $F_i$ % |
|---------|---------|
| $[0, )$ |         |
| $[ , )$ | 40      |
| $[ , )$ | 80      |
| $[ , )$ | 100     |

19. Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται σε μια μεταβλητή  $X$  της οποίας οι τιμές έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους. Αν η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = 9,6$  και η διάμεσος  $\delta = 10$  , να συμπληρώσετε τον πίνακα.

| Κλάσεις       | $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $F_i$ |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $[ , )$       |       | 5     |       |       |       |
| $[ , )$       |       |       | 0,3   | 20    |       |
| $[ , )$       |       |       |       |       | 0,6   |
| $[ , )$       |       |       |       |       | 1     |
| <b>Σύνολο</b> |       |       |       |       |       |

20. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}$ .

α. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

β. Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων:

$$f\left(\frac{7}{10}\right), f\left(\frac{1}{13}\right), f(1), f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{14}\right)$$

21. Δίνονται οι αριθμοί:  $-1, x, x^2, -3x-1, 3$ .

α. Να βρείτε για ποια τιμή του  $x$  η μέση τιμή των παραπάνω αριθμών είναι ελάχιστη.

β. Για την τιμή του  $x$  του παραπάνω ερωτήματος, να βρείτε τη διάμεσο των παραπάνω αριθμών.

22. Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια εταιρεία έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

| ΗΛΙΚΙΕΣ<br>(χρόνια) | $x_i$ | $n_i$ | $f_i \%$   | $N_i$ | $F_i \%$ | $n_i x_i$ |
|---------------------|-------|-------|------------|-------|----------|-----------|
| [25, )              |       |       | $x$        |       |          |           |
| [ , )               |       |       | $x+20$     |       |          |           |
| [ , )               |       |       | $2x$       |       |          |           |
| [ , )               |       |       | $x^2 - 6x$ | 50    |          |           |
| Σύνολο              |       |       |            |       |          |           |

α. Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες  $f_i \%$   $i=1, 2, 3, 4$ .

β. Αν η διάμεσος της κατανομής των ηλικιών είναι  $\delta = 50$  χρόνια, να αποδείξετε ότι το πλάτος της κλάσης είναι  $c = 10$ .

γ. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα συμπληρωμένο κατάλληλα, να υπολογίσετε την μέση τιμή  $\bar{x}$  των ηλικιών.

δ. Πόσοι εργαζόμενοι, των οποίων οι ηλικίες ανήκουν στην πρώτη κλάση, πρέπει να προσληφθούν, ώστε η νέα μέση ηλικία να είναι 40 χρόνια; Θ.Ε.

23. Η εξέταση ενός δείγματος 20 μαθητών, ως προς τον αριθμό των ημερών που αυτοί απουσίασαν κατά το μήνα Φεβρουάριο έδωσε τις επόμενες παρατηρήσεις:

1, 0, 1, 0, 3, 0, 4, 2, 0, 1

2, 1, 0, 1, 0, 0, 3, 0, 0, 0

α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των παρατηρήσεων.

γ. Να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.

δ. Να κατασκευάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων.

| Ημέρες<br>απουσίας $x_i$ | $v_i$ | $f_i$ | $N_i$ | $x_i v_i$ |
|--------------------------|-------|-------|-------|-----------|
| 0                        |       |       |       |           |
| 1                        |       |       |       |           |
| 2                        |       |       |       |           |
| 3                        |       |       |       |           |
| 4                        |       |       |       |           |
| <b>Σύνολο</b>            |       |       |       |           |

#### ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

24. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός, τότε η διάμεσος συμπίπτει με τιμή μιας παρατήρησης.

β. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός, τότε το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες από αυτήν είναι μικρότερο του 50%.

γ. Όταν έχουμε ακραίες παρατηρήσεις είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούμε τη μέση τιμή αντί της διαμέσου.

δ. Η διάμεσος επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

ε. Η διάμεσος  $\delta$  ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων  $t_1, t_2, \dots, t_n$  είναι πάντοτε μια από τις παρατηρήσεις.

στ. Η διάμεσος δεν είναι μέτρο θέσης.

| α. | β. | γ. | δ. | ε. | στ. |
|----|----|----|----|----|-----|
|    |    |    |    |    |     |