

Τυπική απόκλιση με $\bar{x} \in \mathbb{Z}$

1. Οι ελάχιστες θερμοκρασίες σε μια πόλη για πέντε συνεχείς ημέρες ήταν:

$$5, 3, 0, 3, 1, 6$$

Να βρείτε:

α. Το εύρος και τη μέση τιμή των θερμοκρασιών.

β. Τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

(Δίνεται $\sqrt{4,3} = 2,07$).

2. Οι βαθμοί πέντε φοιτητών σε μια εξέταση στο μάθημα της Στατιστικής είναι:

$$6, 4, 5, 8, 7$$

Να βρείτε:

α. Το εύρος και τη μέση τιμή των βαθμών.

β. Τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

3. Οι τιμές των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X είναι:

$$2, 1, 3, 2, 0, 3, 2, 3, 1, 2$$

$$3, 2, 1, 2, 3, 2, 3, 2, 0, 3$$

Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παραπάνω παρατηρήσεων.

(Δίνεται $\sqrt{0,9} = 0,95$).

4. Δίνεται ο διπλανός πίνακας μιας κατανομής.

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διακύμανση.

Κλάσεις	n_i
$[-2, 2)$	8
$[2, 6)$	3
$[6, 10)$	5
$[10, 14)$	4
Σύνολο	

5. Οι βαθμοί πέντε φοιτητών σε μια εξέταση στο μάθημα της Στατιστικής είναι:

6, 4, 5, 8, 3

Να βρείτε:

- α. Το εύρος και τη μέση τιμή των βαθμών.
β. Τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right\} \quad \text{και} \quad \sqrt{2,96} \approx 1,7 .$$

6. Η βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών σε ένα μάθημα δίνεται στο διπλανό πίνακα .

Να βρείτε:

- α. Τη μέση τιμή.
β. Την τυπική απόκλιση.

Βαθμολογία	Φοιτητές
5	4
6	5
7	10
8	1

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\} \quad \text{και} \quad \sqrt{74} \approx 8,6 .$$

7. Οι χρόνοι αναμονής σε λεπτά 20 μαθητών στη στάση λεωφορείων για να πάνε σχολείο φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Χρόνος	Μαθητές
[1, 3)	6
[3, 5)	8
[5, 7)	4
[7, 9)	2

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\} \quad \text{και} \quad \sqrt{356} \approx 19 .$$

8. Στο διπλανό πίνακα φαίνονται οι θερμοκρασίες σε 10 πόλεις στις 8 το πρωί. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

Κλάσεις	Πόλεις
[0, 2)	1
[2, 4)	5
[4, 6)	4

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\} \quad \text{και} \quad \sqrt{164} = 12,8.$$

9. Οι χρόνοι αναμονής σε λεπτά 20 μαθητών στη στάση λεωφορείων για να πάνε σχολείο φαίνονται στο διπλανό πίνακα. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Χρόνος	Μαθητές
[1, 3)	6
[3, 5)	8
[5, 7)	4
[7, 9)	2

10. Στο διπλανό πίνακα φαίνονται οι θερμοκρασίες σε 10 πόλεις στις 8 το πρωί. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.

Κλάσεις	Πόλεις
[0, 2)	1
[2, 4)	5
[4, 6)	4

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\}$$

Β' ΟΜΑΔΑ

11. Στο διπλανό πίνακα συχνοτήτων μιας μεταβλητής X είναι $x_1 < -8$ και $x_4 > 4$. Να δείξετε ότι

$$5R + 54\bar{x} = 338$$

x_i	v_i
x_1	5
-8	7
4	14
x_4	28
Σύνολο	54

12. Η μέση τιμή και η διακύμανση των 20 τιμών ενός πληθυσμού είναι $\bar{x} = 6$ και $s^2 = 4$, αντίστοιχα. Εάν για τις δεκαεννέα τιμές ισχύει $\sum_{i=1}^{19} (t_i - \bar{x})^2 = 79$, να βρείτε την εικοστή τιμή.
13. Η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των 10 τιμών ενός πληθυσμού είναι $\bar{x} = 10$ και $s = 2$, αντίστοιχα. Εάν για τις εννέα τιμές ισχύει $\sum_{i=1}^9 t_i^2 = 871$, να βρείτε τη δέκατη τιμή.

14. Θεωρούμε δύο δείγματα Α και Β με παρατηρήσεις:

• Δείγμα Α : $t_1, t_2, t_3, 12, 15$

• Δείγμα Β : $t_1, t_2, t_3, 13, 14$

Να αποδείξετε ότι: $s_A^2 - s_B^2 = \frac{4}{5}$.

15. Έστω η συνάρτηση $f(x) = (x-3)^2$ και τα σημεία

$$A_1(x_1, f(x_1)), A_2(x_2, f(x_2)), \dots, A_{10}(x_{10}, f(x_{10})).$$

Αν οι τετμημένες των σημείων $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ έχουν μέση τιμή 3 και τυπική απόκλιση $s = 2$, να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{y}$ των τεταγμένων τους.

16. Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$ και τα σημεία

$$A_1(x_1, f(x_1)), A_2(x_2, f(x_2)), \dots, A_{10}(x_{10}, f(x_{10})).$$

Αν οι τετμημένες των σημείων $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ έχουν μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση 3, να βρείτε τη μέση τιμή των τεταγμένων τους.

17. Οι παρατηρήσεις $t_1, t_2, \dots, t_n$ ενός δείγματος μεγέθους n έχουν τυπική απόκλιση 2. Αν η καμπύλη της συνάρτησης

$$f(x) = (t_1 - x)^2 + (t_2 - x)^2 + \dots + (t_n - x)^2$$

διέρχεται από το σημείο $(\bar{x}, 40)$, να βρείτε τον n .

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

18. Οι ώρες απουσίας 20 μαθητών της Γ' τάξης σε μία εβδομάδα φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

β. Να βρείτε τη διάμεσο.

γ. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 .

x_i	v_i	$f_i\%$	$x_i v_i$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
0	8			
2		30		
4			16	
6				
Σύνολο				

19. Στο διπλανό πίνακα φαίνονται οι απουσίες το Μάρτιο των μαθητών της Δ' τάξης Εσπερινού ΕΠΑ.Λ.

Απουσίες	v_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i v_i$
6	25		50	
10		34		
15				90
20				
Σύνολο				

α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

β. Να βρείτε τη διάμεσο των απουσιών των μαθητών.

γ. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και τη διακύμανση s^2 των απουσιών των μαθητών.

δ. Το ποσοστό των μαθητών που έχουν το πολύ 15 απουσίες και τουλάχιστον 10 απουσίες.

20. Ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 50\text{cm}$ το χωρίζουμε σε v διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα με μήκη x_i , $i = 1, 2, \dots, v$, ώστε να έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 2$ και τυπική απόκλιση $s = 0,2$.

α. Να δείξετε ότι $v = 25$.

β. Να βρείτε τη μέση τιμή των εμβαδών των τετραγώνων που κατασκευάζονται με πλευρές τα διαδοχικά τμήματα με μήκη x_i , $i = 1, 2, \dots, v$.

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right\}.$$

21. α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα, αν γνωρίζετε ότι το εύρος των παρατηρήσεων είναι 4.

x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
2	3		
3		12	
5			25
x_4			
Σύνολο	$v = 10$		

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^v x_i v_i \right)^2}{v} \right\}.$$

22. Να γίνει αντιστοίχιση των Α, Β, Γ με τα 1, 2.

Α. Εύρος

Β. Μέση τιμή

Γ. Τυπική απόκλιση

Δ. Διάμεσος

Ε. Διακύμανση

1. Μέτρο θέσης

2. Μέτρο διασποράς

Α.	
Β.	
Γ.	
Δ.	
Ε.	

23. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

α. Η μέση τιμή είναι μέτρο θέσης.

β. Η διάμεσος είναι μέτρο διασποράς.

γ. Η διακύμανση είναι μέτρο θέσης.

δ. Η διακύμανση εκφράζεται με την ίδια μονάδα μέτρησης του χαρακτηριστικού.

ε. Το εύρος σε ομαδοποιημένα δεδομένα είναι πάντοτε το ίδιο με τα αντίστοιχα δεδομένα πριν ομαδοποιηθούν.

στ. Η διακύμανση είναι ο μέσος όρος των τετραγώνων των αποκλίσεων των παρατηρήσεων από τη μέση τιμή τους.

ζ. Το εύρος δε θεωρείται αξιόπιστο μέτρο διασποράς γιατί εξαρτάται μόνο από τις δύο ακραίες τιμές του δείγματος.

η. Το εύρος δεν είναι μέτρο διασποράς.

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.	η.