# Διερεύνηση 2

Ο **Ευκλείδης** ήταν ένας μεγάλος Έλληνας Μαθηματικός που έζησε στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου (323 π.Χ. - 283 π.Χ.). Είναι γνωστός ως ο «πατέρας» της Γεωμετρίας. Το πιο σημαντικό έργο του Ευκλείδη είναι «Τα Στοιχεία», το οποίο αποτελείται από 13 βιβλία και περιγράφει τις μαθηματικές γνώσεις της εποχής του.

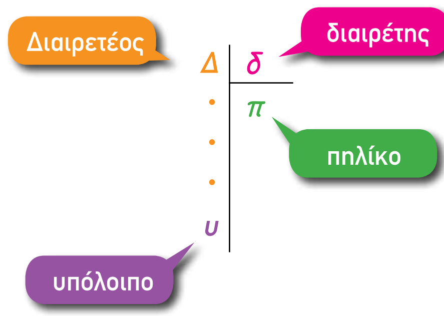
Η διαίρεση της πιο κάτω μορφής ονομάστηκε **Ευκλείδεια Διαίρεση**, προς τιμήν του Ευκλείδη.

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί $\Delta$ και $\delta$, τότε υπάρχουν δύο μοναδικοί φυσικοί αριθμοί $\pi$ και $\upsilon$, ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

- Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το υπόλοιπο είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν και μικρότερο από τον διαιρέτη:

$$0 \leq \upsilon < \delta$$




Να χρησιμοποιήσετε τις πιο πάνω πληροφορίες, για να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διαίρεση. Στις περιπτώσεις που οι ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διαίρεση, να αναφέρετε τον Διαιρετέο, τον διαιρέτη, το πηλίκο και το υπόλοιπο.

(α) $182 = 5 \cdot 36 + 2$

(β) $385 = 15 \cdot 23 + 40$

(γ) $303 = 7 \cdot 42 + 9$

# Νέες Έννοιες

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί $Δ$ (Διαιρετέος) και $δ$ (διαιρέτης), τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί $π$ (πηλίκο) και $υ$ (υπόλοιπο), ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$\boxed{Δ = δ \cdot π + υ}$$

Η διαίρεση αυτής της μορφής ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

- Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το **υπόλοιπο** είναι πάντα **ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν** και **μικρότερο** από τον διαιρέτη.

$$\boxed{0 \leq υ < δ}$$

**Παράδειγμα:**

$45 = 7 \cdot 6 + 3$

Διαιρετέος

διαιρέτης

$$\begin{array}{r|l} 45 & 7 \\ \cline{2-2} -\ 42 & 6 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

πηλίκο

υπόλοιπο

- Αν το υπόλοιπο είναι ίσο με μηδέν ($υ = 0$), τότε η διαίρεση ονομάζεται **Τέλεια Διαίρεση**:

$$\boxed{Δ = δ \cdot π}$$

**Παράδειγμα:**

$42 = 7 \cdot 6$

Διαιρετέος

διαιρέτης

$$\begin{array}{r|l} 42 & 7 \\ \cline{2-2} -\ 42 & 6 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

πηλίκο

υπόλοιπο

## Παραδείγματα

1. Ένας αριθμός διαιρείται με το 25. Δίνει πηλίκο 12 και υπόλοιπο 9. Ποιος είναι ο αριθμός;

**Λύση:**

Χρησιμοποιούμε την ισότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης, για να υπολογίσουμε τον Διαιρετέο.

$$\begin{aligned} \Delta &= \delta \cdot \pi + \upsilon \\ &= 25 \cdot 12 + 9 \\ &= 300 + 9 \\ &= 309 \end{aligned}$$

Ο αριθμός είναι το 309.

2. Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθό το αποτέλεσμα κάθε Ευκλείδειας Διαίρεσης.

| | Διαίρεση | Πηλίκο | Υπόλοιπο |
|---|---|---|---|
| (α) | $485 \div 4$ | 121 | 1 |
| (β) | $263 \div 3$ | 86 | 2 |
| (γ) | $356 \div 5$ | 70 | 6 |

**Λύση:**

(α) $$\begin{aligned} \Delta &= \delta \cdot \pi + \upsilon \\ &= 4 \cdot 121 + 1 \\ &= 485 \end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα είναι ορθό.

Για να είναι ορθό το αποτέλεσμα πρέπει:
- Να ισχύει η ισότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης.
- Το υπόλοιπο να είναι ίσο ή μεγαλύτερο από το 0 και μικρότερο από τον διαιρέτη.

(β) $$\begin{aligned} \Delta &= \delta \cdot \pi + \upsilon \\ &= 3 \cdot 86 + 2 \\ &= 260 \end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα δεν είναι ορθό, γιατί με βάση το πηλίκο ($\pi = 86$) και το υπόλοιπο ($\upsilon = 2$), ο Διαιρετέος έπρεπε να ήταν το 260 και όχι το 263.

(γ) Το υπόλοιπο είναι μεγαλύτερο από τον διαιρέτη. Άρα, το αποτέλεσμα δεν είναι ορθό.

# Δραστηριότητες

1. Να βρείτε τους αριθμούς.

(α) Ένας αριθμός διαιρείται με το 8. Δίνει πηλίκο 74 και υπόλοιπο 3. Ποιος είναι ο αριθμός;

(β) Ένας αριθμός διαιρείται με το 11. Δίνει πηλίκο 40 και υπόλοιπο 8. Ποιος είναι ο αριθμός;

(γ) Ένας αριθμός διαιρείται με το 13. Δίνει πηλίκο 25 και υπόλοιπο 0. Ποιος είναι ο αριθμός;

2. Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθό το αποτέλεσμα κάθε Ευκλείδειας Διαίρεσης.

| | Διαίρεση | Πηλίκο | Υπόλοιπο | ΟΡΘΟ/ΛΑΘΟΣ | Αιτιολόγηση |
|---|---|---|---|---|---|
| (α) | $423 \div 4$ | 105 | 3 | | |
| (β) | $376 \div 7$ | 53 | 5 | | |
| (γ) | $1236 \div 12$ | 102 | 12 | | |
| (δ) | $4928 \div 7$ | 704 | 0 | | |
| (ε) | $639 \div 13$ | 48 | 2 | | |
| (στ) | $900 \div 75$ | 12 | 0 | | |