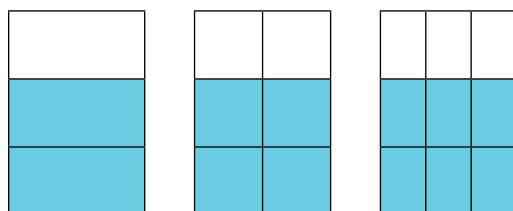


Έχουμε μάθει:

- **Ισοδύναμα** ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

Παράδειγμα:



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

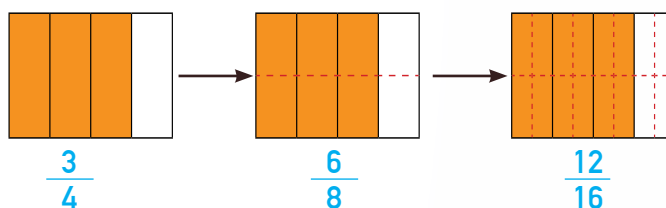
- Για να σχηματίσουμε ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

Παραδείγματα:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$$

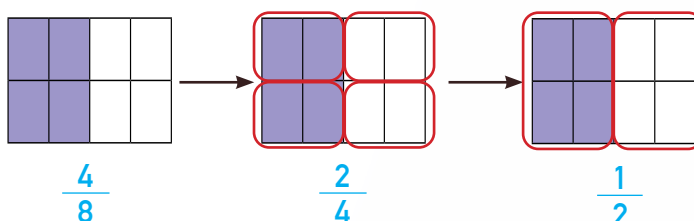


Τα κλάσματα $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ και $\frac{12}{16}$ είναι ισοδύναμα: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$.

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$



Τα κλάσματα $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$ και $\frac{1}{2}$ είναι ισοδύναμα: $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

- **Ανάγωγο** ονομάζεται το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (ο ΜΚΔ του αριθμητή και του παρονομαστή είναι το 1). Για να προκύψει ανάγωγο κλάσμα:

(α) διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ) τους

ή

(β) διαιρούμε τους όρους του κλάσματος κάθε φορά με έναν κοινό διαιρέτη, μέχρι να προκύψει ανάγωγο κλάσμα.

Παραδείγματα:

Τα $\frac{7}{10}$ είναι ανάγωγο κλάσμα, αφού $\text{ΜΚΔ}(7, 10) = 1$

Τα $\frac{18}{30}$ δεν είναι ανάγωγο κλάσμα, γιατί μπορεί να απλοποιηθεί.

Για να προκύψει ανάγωγο κλάσμα, διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ΜΚΔ τους.

$$\text{ΜΚΔ}(18, 30) = 6$$

$$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$$

ή

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη μέχρι να προκύψει ανάγωγο κλάσμα.

$$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 2}{30 \div 2} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$$

Επίλυση προβλήματος

Η Αγγελική έκανε μια έρευνα στην οποία συμμετείχαν συνολικά 60 παιδιά.
Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζονται πιο κάτω.

Ποιο είναι το αγαπημένο σου είδος τηλεοπτικής εκπομπής;

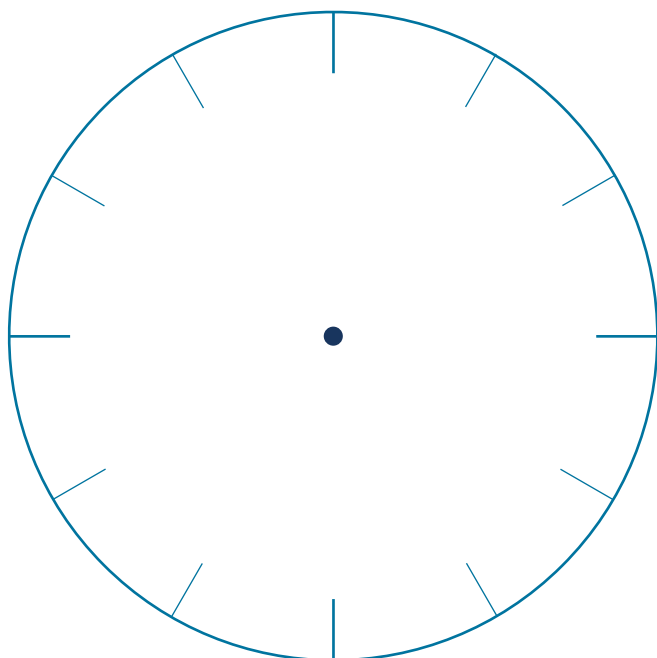
Παιδικά Προγράμματα	20 παιδιά
Αθλητικά	10 παιδιά
Ταινίες/Σειρές	15 παιδιά
Ντοκιμαντέρ	10 παιδιά
Ειδήσεις	5 παιδιά

Κάθε παιδί επέλεξε μόνο ένα είδος τηλεοπτικής εκπομπής.



Να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα της έρευνας στο πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα. Να επεξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας.

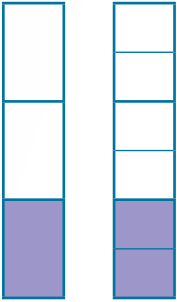
Τίτλος: _____

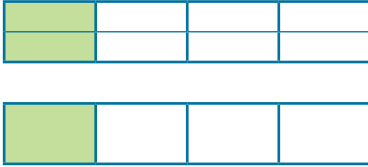


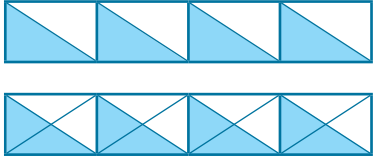
Υπόμνημα:

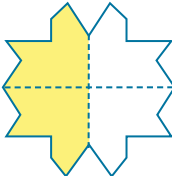
Δραστηριότητες

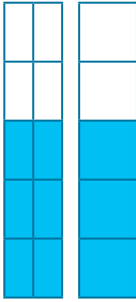
1. Να συμπληρώσετε τους όρους που λείπουν στα πιο κάτω κλάσματα.

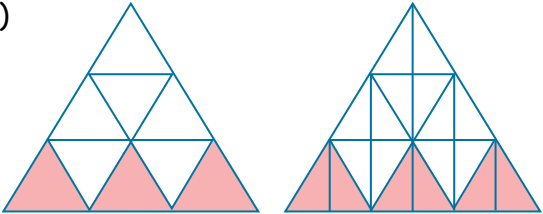
(α) 
 $\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$

(β) 
 $\frac{2}{\square} = \frac{1}{4}$

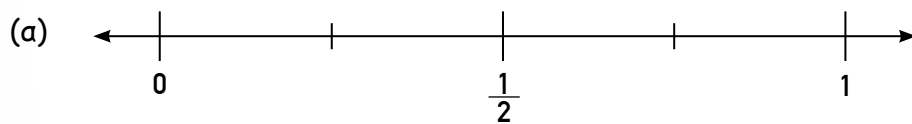
(γ) 
 $\frac{4}{8} = \frac{8}{\square}$

(δ) 
 $\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$

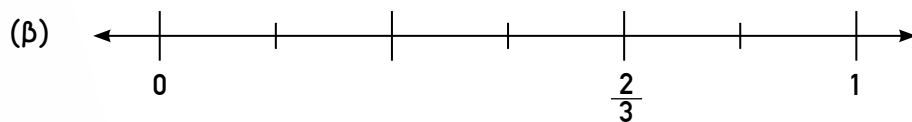
(ε) 
 $\frac{6}{10} = \frac{3}{\square}$

(στ) 
 $\frac{3}{9} = \frac{6}{\square}$

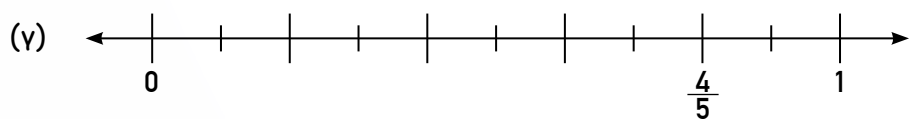
2. Να γράψετε ένα ισοδύναμο κλάσμα σε κάθε περίπτωση.



$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$$



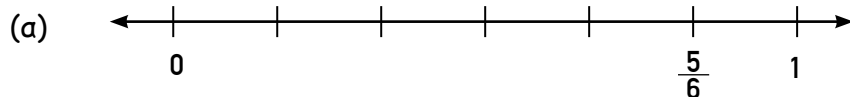
$$\frac{4}{5} = \frac{\square}{\square}$$

3. Να χωρίσετε κατάλληλα την αριθμητική γραμμή, ώστε να σχηματίσετε ένα ισοδύναμο κλάσμα σε κάθε περίπτωση, όπως στο παράδειγμα.

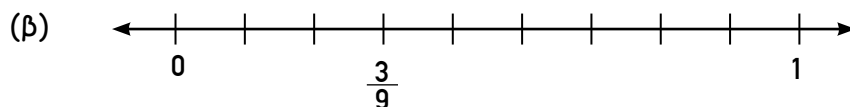
Παράδειγμα:



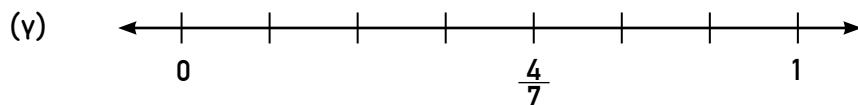
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$



$$\frac{5}{6} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{3}{9} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{4}{7} = \frac{\square}{\square}$$

4. Να σχηματίσετε ισοδύναμα κλάσματα.

$$\frac{2}{4} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{3}{7} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{18}{24} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{7}{35} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{10}{14} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{2}{13} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{8}{20} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{2}{5} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

5. Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ανάγωγα.

$$\frac{12}{18}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{15}{21}$$

$$\frac{14}{19}$$

$$\frac{6}{11}$$

$$\frac{7}{28}$$

$$\frac{9}{13}$$

$$\frac{23}{46}$$

$$\frac{40}{60}$$

$$\frac{80}{100}$$

$$\frac{99}{100}$$

$$\frac{27}{54}$$

6. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

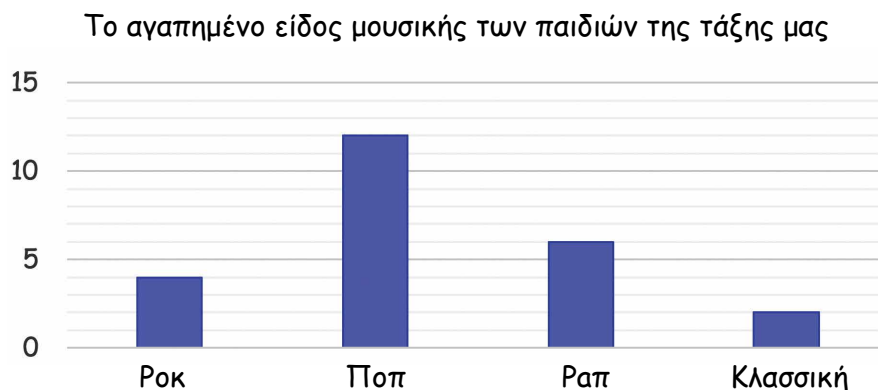
- | | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| (α) $\frac{16}{18}$ | (β) $\frac{10}{15}$ | (γ) $\frac{21}{28}$ | (δ) $\frac{27}{36}$ | (ε) $\frac{45}{90}$ |
| (στ) $\frac{25}{100}$ | (ζ) $\frac{28}{49}$ | (η) $\frac{35}{40}$ | (θ) $\frac{6}{48}$ | (ι) $\frac{15}{21}$ |
| (ια) $\frac{18}{72}$ | (ιβ) $\frac{15}{50}$ | (ιγ) $\frac{12}{40}$ | (ιδ) $\frac{21}{63}$ | (ιε) $\frac{75}{100}$ |
| (ιστ) $\frac{40}{80}$ | (ιζ) $\frac{32}{60}$ | (ιη) $\frac{21}{42}$ | (ιθ) $\frac{36}{40}$ | (κ) $\frac{45}{72}$ |

7. Να εξετάσετε κατά πόσο τα πιο κάτω ζεύγη κλασμάτων είναι ισοδύναμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

- | | | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| (α) $\frac{9}{12}, \frac{6}{8}$ | (β) $\frac{3}{5}, \frac{20}{30}$ | (γ) $\frac{12}{20}, \frac{4}{6}$ | (δ) $\frac{4}{12}, \frac{2}{6}$ | (ε) $\frac{5}{15}, \frac{3}{9}$ |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|

8. Η Σοφία έκανε μια έρευνα σχετικά με το αγαπημένο είδος μουσικής στην τάξη της.* Πιο κάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας. Στην έρευνα συμμετείχαν όλα τα παιδιά της τάξης.

* Κάθε παιδί δήλωσε ότι προτιμά ένα είδος μουσικής.



Να γράψετε τι μέρος των παιδιών προτιμά το κάθε είδος μουσικής στην πιο απλή μορφή.

Ροκ: <input type="text"/>	Ποπ: <input type="text"/>	Ραπ: <input type="text"/>	Κλασική: <input type="text"/>
---------------------------	---------------------------	---------------------------	-------------------------------

9. Τα κλάσματα που παρουσιάζονται στις πιο κάτω κάρτες σε κάθε περίπτωση είναι ισοδύναμα.

(α) Να υπολογίσετε την τιμή του a .

$$\frac{a}{12}$$

$$\frac{15}{20}$$

(β) Να υπολογίσετε την τιμή του δ , αν $\beta + \gamma = 16$.

$$\frac{4}{\beta}$$

$$\frac{\gamma}{\delta}$$

$$\frac{20}{50}$$

(γ) Να υπολογίσετε το ϵ , αν $\zeta + \eta = 20$.

$$\frac{\zeta}{12}$$

$$\frac{\eta}{\epsilon}$$

$$\frac{32}{48}$$

10. Οι όροι ενός κλάσματος είναι άρτιοι αριθμοί. Είναι το κλάσμα ανάγωγο; Να επεξηγήσετε.

11. Να υπολογίσετε το άθροισμα $x + \psi$, αν ισχύει η πιο κάτω σχέση.

$$\frac{x}{5} = \frac{32}{40} = \frac{256}{\psi}$$

Επανάληψη

1. Να συγκρίνετε τους αριθμούς, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$ και $=$. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $+7$ και -9

(β) -4 και 0

(γ) $+3$ και -3

(δ) -12 και -17

2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $(+7) + (+5)$

(β) $(+13) + (-8)$

(γ) $(-11) + (+31)$

(δ) $(-9) + (-4)$

(ε) $(-125) + (+125)$

(στ) $(+50) + (-65)$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε μια πόλη η θερμοκρασία το πρωί ήταν $-2^\circ C$. Το μεσημέρι η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά $9^\circ C$ σε σχέση με το πρωί. Πόση ήταν η θερμοκρασία το μεσημέρι στην πόλη;

(β) Ο Κυριάκος σταθμεύει το αυτοκίνητο του στον όροφο -3 μιας πολυκατοικίας. Ανεβαίνει καθημερινά 8 ορόφους, για να πάει στο γραφείο του. Σε ποιον όροφο βρίσκεται το γραφείο του Κυριάκου;