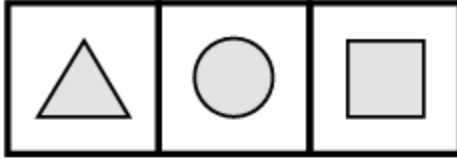


# ΛΥΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΟ 10-05-2022

## Διερεύνηση

1. α. Το τμήμα που επαναλαμβάνεται είναι:



Παρατηρούμε ότι το τμήμα-στοιχείο που επαναλαμβάνεται αποτελείται από τρία σχήματα: τρίγωνο – κύκλος – τετράγωνο.

β. Η κορδέλα αποτελείται από 20 τετραγωνάκια και κάθε 3 τετραγωνάκια επαναλαμβάνεται το ίδιο στοιχείο (τρίγωνο – κύκλος – τετράγωνο). Αφού σκεφτούμε ότι  $20 = 3 \times 6 + 2$ , συμπεραίνουμε ότι το στοιχείο που επαναλαμβάνεται θα μπει ατόφιο 6 φορές και στα τελευταία 2 τετραγωνάκια θα μπουν τα 2 πρώτα σχήματα του στοιχείου, δηλαδή το τρίγωνο πρώτα και μετά ο κύκλος. Συνεπώς το τελευταίο τετραγωνάκι της κορδέλας θα είναι διακοσμημένο με έναν κύκλο.

\*\*\* Το τετράγωνο σχήμα στην κορδέλα επαναλαμβάνεται κάθε τρία τετραγωνάκια.

2. α. Παρατηρώντας την εικόνα συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Πυραμίδα	1η	2η	3η	4η	...	7η
Πλήθος σειρών	1	2	3	4	...	7
Πλήθος από τενεκεδάκια	1	1 + 2	1 + 2 + 3	1 + 2 + 3 + 4	...	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7

- β.**
- Για 5 σειρές θα χρειαστούν:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  τενεκεδάκια.
  - Για 6 σειρές θα χρειαστούν:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$  τενεκεδάκια.
  - Για 7 σειρές θα χρειαστούν:  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$  τενεκεδάκια.

••• **Συζητάμε:** Σε οποιαδήποτε παρόμοια πυραμίδα το πλήθος από τενεκεδάκια είναι το άθροισμα όλων των φυσικών αριθμών από το 1 μέχρι τον αριθμό των σειρών που έχει η πυραμίδα.

### **Εφαρμογή**

- α.** Το μοτίβο δημιουργείται από την επανάληψη μιας πεντάδας σχημάτων με την εξής σειρά:  
τρίγωνο – ορθογώνιο – κύκλος – τετράγωνο – εξάγωνο.
- β.** Το παραπάνω μοτίβο έχει 3 πεντάδες.  
Για να βρούμε το 20ό σχήμα, επεκτείνουμε το παραπάνω μοτίβο κατά μία πεντάδα. Το τελευταίο σχήμα κάθε πεντάδας είναι το εξάγωνο. Επομένως το 20ό σχήμα είναι το εξάγωνο.
- γ. α' τρόπος:** Αν το μοτίβο είχε συνολικά 30 σχήματα, θα αποτελούνταν από 6 ολόκληρες πεντάδες σχημάτων, με τελευταίο σχήμα το εξάγωνο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το μοτίβο έχει 29 σχήματα και στην τελευταία πεντάδα το μόνο σχήμα που λείπει είναι το εξάγωνο. Επομένως έχουμε συνολικά 6 κύκλους.
- β' τρόπος:** ... Επομένως το μοτίβο έχει 6 κύκλους.

### **Αναστοχασμός**

- 1.** Η Αγγελική δεν έχει δώσει επαρκείς πληροφορίες για το μοτίβο της. Ο κανόνας του μοτίβου της Αγγελικής μπορεί να είναι ότι κάθε φορά προσθέτουμε σε έναν αριθμό ένα πολλαπλάσιο του 3, για να βρούμε τον επόμενο αριθμό. Τα πολλαπλάσια του 3 είναι: 3, 6, 9 κτλ. Δηλαδή αρχικός αριθμός είναι το 3, επόμενος είναι το 6 ( $3 + 3 = 6$ ), επόμενος αριθμός είναι το 12 ( $6 + 6 = 12$ ), επόμενος αριθμός είναι το 21 ( $12 + 9 = 21$ ) κτλ. Επομένως με βάση αυτό τον κανόνα ο επόμενος αριθμός του μοτίβου θα είναι ο 21. Από την άλλη μεριά, ο κανόνας του μοτίβου μπορεί να είναι ότι κάθε φορά διπλασιάζουμε έναν αριθμό, για να βρούμε τον επόμενό του. Με βάση αυτό τον κανόνα ο επόμενος αριθμός του μοτίβου θα είναι ο 24 ( $12 \times 2 = 24$ ).