

ΛΥΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 07-06-2022

1η Άσκηση

Σχήμα 1: 9 τετράγωνα

Σχήμα 2: 8 τετράγωνα

Σχήμα 3: 14 τετράγωνα

Σχήμα 4: 8 τετράγωνα

Σχήμα 5: 18 τετράγωνα

Σχήμα 6: 15 τετράγωνα

Σχήμα 7: 10 τετράγωνα

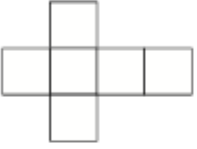
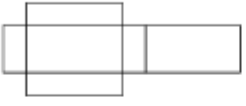
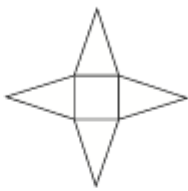
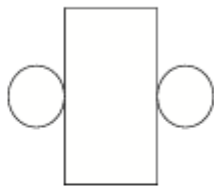
Σχήμα 8: 8 τετράγωνα






1η Άσκηση

	Μήκος	Πλάτος	Περίμετρος	Εμβαδόν
	6 μ.	8 μ.	$6 + 8 + 6 + 8 = 28 \mu.$	$6 \times 8 = 48 \tau.\mu.$
	3 εκ.	$12 - 3 - 3 = 9 - 3 = 6 \text{ εκ.}$ $6 : 2 = 3 \text{ εκ.}$	12 εκ.	$3 \times 3 = 9 \tau.\text{εκ.}$
	7 δεκ.	$56 : 7 = 8 \text{ δεκ.}$	$7 + 8 + 7 + 8 = 30 \text{ δεκ.}$	56 τ.δεκ.
	$(30 - 9) - 9 = 21 - 9 = 12 \text{ χιλ.}$ $12 : 2 = 6 \text{ χιλ.}$	9 χιλ.	30 χιλ.	$6 \times 9 = 54 \tau.\text{χιλ.}$
	$180 : 12 = 15 \mu.$	12 μ.	$12 + 15 + 12 + 15 = 54 \mu.$	180 τ.μ.

Κεφάλαιο 49: Γεωμετρικά στερεά – Ο όγκος

Διερεύνηση

			
Το σχήμα αποτελείται από 6 τετράγωνα.	Το σχήμα αποτελείται από 6 ορθογώνια.	Το σχήμα αποτελείται από ένα τετράγωνο και 4 τρίγωνα.	Το σχήμα αποτελείται από 2 κυκλικούς δίσκους και ένα ορθογώνιο.
Μπορούμε να σχηματίσουμε έναν κύβο.	Μπορούμε να σχηματίσουμε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.	Μπορούμε να σχηματίσουμε μια πυραμίδα.	Μπορούμε να σχηματίσουμε έναν κύλινδρο.

				
κύβος	ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο	κύλινδρος	κώνος	πυραμίδα
Το χρωματισμένο επίπεδο γεωμετρικό σχήμα είναι τετράγωνο. Ο κύβος αποτελείται από 6 τέτοια τετράγωνα.	Το χρωματισμένο επίπεδο γεωμετρικό σχήμα είναι ορθογώνιο. Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο περιλαμβάνει 2 τέτοια ορθογώνια.	Το χρωματισμένο επίπεδο γεωμετρικό σχήμα είναι ένας κυκλικός δίσκος. Ο κύλινδρος περιλαμβάνει 2 τέτοιους κυκλικούς δίσκους.	Το χρωματισμένο επίπεδο γεωμετρικό σχήμα είναι ένας κυκλικός δίσκος. Ο κώνος περιλαμβάνει 1 τέτοιο κυκλικό δίσκο.	Το χρωματισμένο επίπεδο γεωμετρικό σχήμα είναι ένα κανονικό πεντάγωνο. Η πυραμίδα περιλαμβάνει 1 τέτοιο κανονικό πεντάγωνο.

••• **Συζητάμε:** Ένα γεωμετρικό στερεό καταλαμβάνει ορισμένο χώρο. Δεν ανήκουν όλα τα σημεία του στο ίδιο επίπεδο. Αντίθετα σε ένα επίπεδο γεωμετρικό σχήμα όλα τα σημεία του βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Τα επίπεδα σχήματα έχουν 2 διαστάσεις, ενώ τα στερεά 3 (μήκος, πλάτος, ύψος).

••• **Συζητάμε:** Στο μπαούλο αναγνωρίζουμε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Μπορούμε να μετρήσουμε τον χώρο μέσα στο μπαούλο χρησιμοποιώντας κύβους και ορθογώνια παραλληλεπίπεδα τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο και το ένα δίπλα στο άλλο.

*** **Συζητάμε:** Μπορούμε να μετρήσουμε τον χώρο μέσα στο μπαούλο υπολογίζοντας πόσους κύβους ή πόσα ορθογώνια παραλληλεπίπεδα χωράει ακριβώς χωρίς να περισσεύει καθόλου κενός χώρος.

Εφαρμογή

- Το γεωμετρικό στερεό Β αποτελείται από 12 κυβικές μονάδες.
- Το γεωμετρικό στερεό Γ αποτελείται από 16 κυβικές μονάδες.
- Το γεωμετρικό στερεό Δ αποτελείται από 23 κυβικές μονάδες.
- Ο όγκος του γεωμετρικού στερεού είναι $12 + 16 + 23 = 51$ κυβικές μονάδες.

Αναστοχασμός

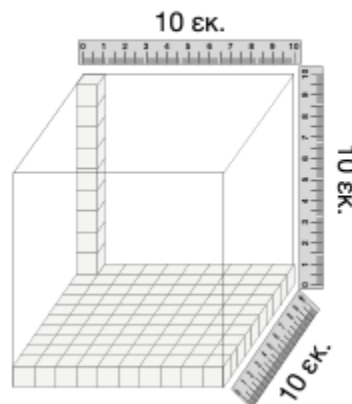
1. **α.** Γεωμετρικά στερεά με μία τουλάχιστον έδρα **τετράγωνο**: ο κύβος, η πυραμίδα (όχι πάντα) και το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο (όχι πάντα, γιατί μπορεί όλες οι έδρες να είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα). Γεωμετρικά στερεά με μία τουλάχιστον έδρα κυκλικό δίσκο είναι ο κώνος και ο κύλινδρος.
2. Η Δανάη έχει δίκιο στο ότι οι απέναντι έδρες ενός ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι ίσες μεταξύ τους. Όμως, οι έδρες των ορθογώνιων παραλληλεπίπεδων δεν είναι πάντα ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Σε ορισμένα ορθογώνια παραλληλεπίπεδα δύο από τις απέναντι έδρες τους είναι τετράγωνα. Επίσης, ο τρόπος που διατύπωσε τον ισχυρισμό της προκαλεί ασάφεια, γιατί χρησιμοποίησε τον όρο «ορθογώνιο» εννοώντας τη μία φορά το ορθογώνιο παραλληλόγραμμα και την άλλη το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.
3. Αν θέλαμε να μετρήσουμε τον όγκο ενός στερεού σώματος υπολογίζοντας πόσες σφαίρες χωράει, τότε θα είχαμε το πρόβλημα ότι οι σφαίρες δε θα εφάπτονταν μεταξύ τους στο εσωτερικό του σώματος και θα άφηναν κενό χώρο, καθώς μια σφαίρα δεν έχει καμία επίπεδη επιφάνεια.

Κεφάλαιο 50: Μονάδες μέτρησης του όγκου και της χωρητικότητας

Διερεύνηση

Το γεωμετρικό στερεό της εικόνας είναι ένας κύβος.

- Στον κύβο της εικόνας χωράνε:
 $10 \times 10 \times 10 = 1.000$ κύβοι με μήκος ακμής 1 εκ.
- Στον κύβο με μήκος 1 εκ. χωράνε:
 $10 \times 10 \times 10 = 1.000$ κύβοι με μήκος ακμής 1 χιλ.
- Στον κύβο της εικόνας χωράνε:
 $1.000 \times 1.000 = 1.000.000$ κύβοι με μήκος ακμής 1 χιλ.



••• Συζητάμε:

α. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κύβο της παραπάνω εικόνας για να μετρήσουμε τη χωρητικότητα διαφόρων στερεών σωμάτων. Για να μετρήσουμε τη χωρητικότητα ενός στερεού σώματος, μπορούμε να τοποθετήσουμε τέτοιους κύβους τον έναν πάνω στον άλλο και τον έναν δίπλα στον άλλο, έτσι ώστε να μη μένει καθόλου κενός χώρος.

β. Η βασική μονάδα μέτρησης του όγκου είναι το 1 κυβικό μέτρο.

Οι υποδιαιρέσεις του είναι:

- το κυβικό δεκατόμετρο (κ.δεκ.) $\rightarrow 1 \text{ κ.μ.} = 1.000 \text{ κ.δεκ.}$
- το κυβικό εκατοστόμετρο (κ.εκ.) $\rightarrow 1 \text{ κ.μ.} = 1.000.000 \text{ κ.εκ.}$
- το κυβικό χιλιοστόμετρο (κ.χιλ.) $\rightarrow 1 \text{ κ.μ.} = 1.000.000.000 \text{ κ.χιλ.}$

Η Δανάη μπορεί να μετρήσει πόσο νερό χρειάζεται για να γεμίσει το ενυδρείο, αν υπολογίσει τον όγκο του.

••• **Συζητάμε:** Το λίτρο (ℓ) χρησιμοποιείται συχνά ως μονάδα μέτρησης της ποσότητας των υγρών. Το χιλιοστόλιτρο (ml) είναι μια υποδιαίρεση του λίτρου ($1 \text{ ℓ} = 1.000 \text{ ml}$) και χρησιμοποιείται για τη μέτρηση υγρών που περιέχονται σε μικρότερα δοχεία.

Εφαρμογή

Ο όγκος κάθε κύβου είναι $2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ κ.εκ.}$ Ο όγκος του κουτιού είναι:

$6 \times 10 \times 12 = 720 \text{ κ.εκ.}$ Για να γεμίσει το κουτί του, ο Νίκος χρειάζεται:

$720 : 8 = 90$ τέτοιους κύβους.

Αναστοχασμός

1. Τα 0,003 ℓ είναι 3 ml, συνεπώς $30 \text{ ml} > 3 \text{ ml}$. Άρα η Δανάη δεν έχει δίκιο.
2. Τα 2 λίτρα νερό είναι $2 \times 1.000 = 2.000 \text{ ml}$. Επομένως χρειάζεται να πίνει την ημέρα $2.000 : 250 = 8$ ποτήρια νερό.
3. Όπως διαπιστώνουμε στη σελ. 70 του Βιβλίου μαθητή (β' τεύχος), ο όγκος ενός ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι:
 $O = \text{μήκος} \times \text{πλάτος} \times \text{ύψος}$.
Γνωρίζουμε όμως (βλ. σελ. 68 Βιβλίου μαθητή) ότι $\text{μήκος} \times \text{πλάτος} = \text{εμβαδόν ορθογώνιου παραλληλογράμμου}$. Επομένως για να βρούμε τον όγκο του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, πολλαπλασιάζουμε το εμβαδόν της βάσης του επί το ύψος του και έχουμε:
 $O = 35 \times 8 = 280 \text{ κ.εκ.}$
4. Στη μαγειρική και τη ζαχαροπλαστική η χωρητικότητα συχνά μετρείται σε φλιτζάνια.