ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε΄ ΤΑΞΗΣ ΑΡ. ΦΥΛ. 12

Οι κλασματικοί αριθμοί

Όνομα: ______________________________

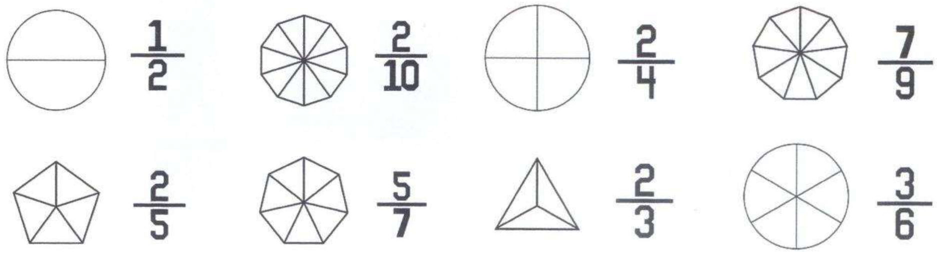
ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Κάθε κλάσμα είναι ένας αριθμός. Το κλάσμα μας δείχνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίζουμε ένα σύνολο (π.χ. ένα πορτοκάλι) και πόσα ίσα μέρη παίρνουμε απ' αυτό.
Σχηματίζεται από τον αριθμητή και τον παρονομαστή, που λέγονται όροι του κλάσματος και χωρίζονται με τη γραμμή κλάσματος.
Αριθμητής ενός κλάσματος είναι ο αριθμός (πάνω απ' τη γραμμή) που μας δείχνει πόσα ίσα μέρη παίρνουμε από ένα σύνολο.
Παρονομαστής ενός κλάσματος είναι ο αριθμός (κάτω απ' τη γραμμή) που μας δείχνει σε πόσα ίσα μέση χωρίζουμε ένα σύνολο.
Όταν **ο παρονομαστής είναι ίσος με τον αριθμητή**, το κλάσμα είναι ίσο με την ακέραιη μονάδα.
Όταν **ο αριθμητής είναι μονάδα**, τότε το κλάσμα ονομάζεται κλασματική μονάδα.

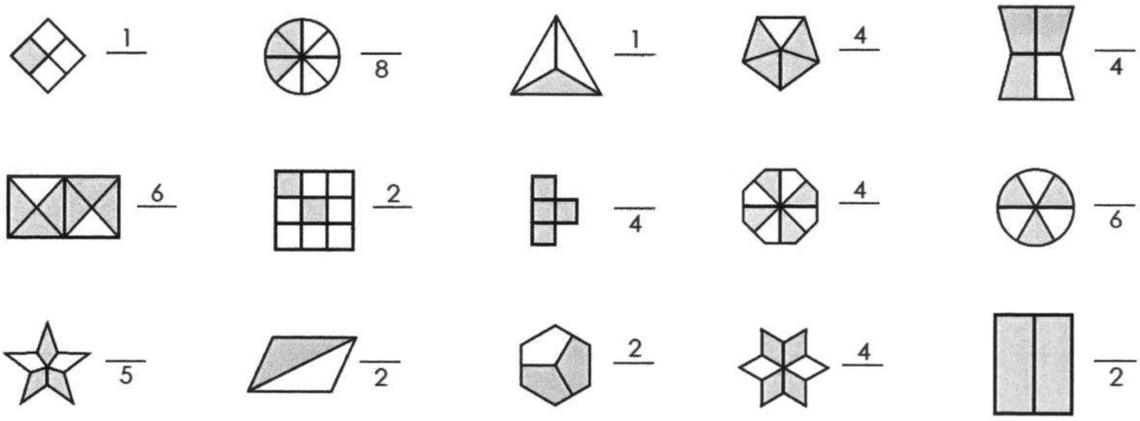
Κλάσμα: $\frac{1}{4}$ (ένα τέταρτο)

1 ← Αριθμητής
— ← Γραμμή κλάσματος
4 ← Παρονομαστής

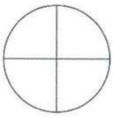
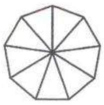
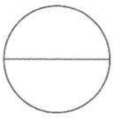
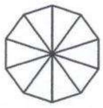
1. Χρωματίζω αυτό που λέει το κλάσμα:

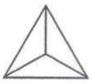
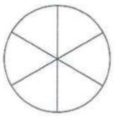
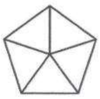
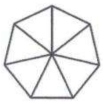


2. Συμπληρώνω σωστά τα κλάσματα:



3. Χρωματίζω αυτό που λέει η κλασματική μονάδα:

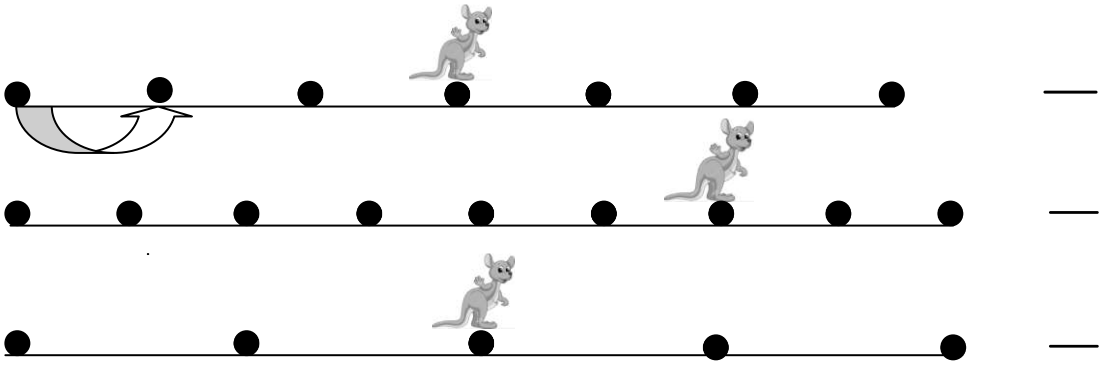
 $\frac{1}{4}$  $\frac{1}{9}$  $\frac{1}{2}$  $\frac{1}{10}$

 $\frac{1}{3}$  $\frac{1}{6}$  $\frac{1}{5}$  $\frac{1}{7}$

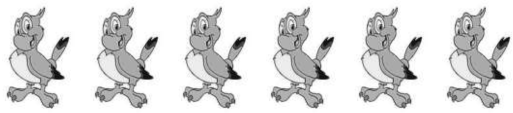
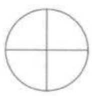
4. Γράφω με αριθμητικά ψηφία τα κλάσματα:

ένα τέταρτο: ______	δύο πέμπτα: ______	εφτά όγδοα: ______
ένα πέμπτο: ______	τέσσερα έβδομα: ______	πέντε έκτα: ______
τρία έβδομα: ______	πέντε όγδοα: ______	δύο όγδοα: ______
δύο τέταρτα: ______	τρία τέταρτα: ______	δύο δεύτερα: ______
τρία πέμπτα: ______	έξι έβδομα: ______	ένα ένατο: ______

5. Γράφω με μορφή κλάσματος τη διαδρομή που έκανε το καγκουρό:



6. Σχηματίζω και γράφω κλάσματα:

Τέσσερα έκτα		
Κυκλώνω	Χρωματίζω	Γράφω το κλάσμα
		______
Δύο όγδοα		
Κυκλώνω	Χρωματίζω	Γράφω το κλάσμα
		______

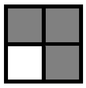
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε΄ ΤΑΞΗΣ　　　ΑΡ. ΦΥΛ. 13

Κλάσματα μεγαλύτερα της ακέραιης μονάδας

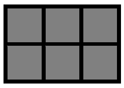
Όνομα: ______________________________

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΚΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

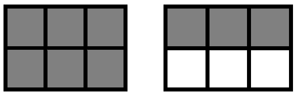
- Όταν **ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή,** το κλάσμα είναι μικρότερο από την ακέραιη μονάδα και ονομάζεται <u>γνήσιο κλάσμα</u>.
  π.χ. $\frac{3}{4}$



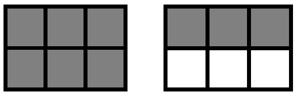
- Όταν **ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή,** το κλάσμα <u>είναι ίσο με την ακέραιη μονάδα</u>.
  π.χ. $\frac{6}{6}=1$



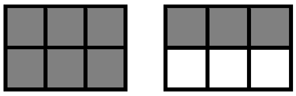
- Όταν **ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή,** το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από την ακέραιη μονάδα και ονομάζεται <u>καταχρηστικό κλάσμα</u>.
  π.χ. $\frac{9}{6}$



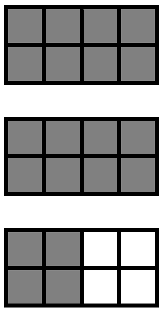
- **Μεικτός** λέγεται ο αριθμός που αποτελείται από ένα ακέραιο μέρος και από ένα κλασματικό.
  π.χ. $1\frac{3}{6}$ **1→ακέραιο μέρος** $\frac{3}{6}$ **→κλασματικό μέρος**



- **Το καταχρηστικό κλάσμα** μπορούμε να το μετατρέψουμε **σε μεικτό αριθμό** γράφοντας χωριστά τις ακέραιες μονάδες του.
  π.χ. $\frac{9}{6}=\frac{6}{6}+\frac{3}{6}=1+\frac{3}{6}=1\frac{3}{6}$



- **Τον μεικτό αριθμό** μπορούμε να τον μετατρέψουμε **σε καταχρηστικό κλάσμα** γράφοντας το κλασματικό μέρος όπως είναι και μετατρέποντας τις ακέραιες μονάδες σε κλάσματα, με αριθμητή και παρονομαστή ίσο με τον παρονομαστή του κλασματικού μέρους.
  π.χ. $2\frac{4}{8}=2+\frac{4}{8}=\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{4}{8}=\frac{20}{8}$



1. Χωρίζω τα παρακάτω κλάσματα σε γνήσια, καταχρηστικά και ίσα με την ακέραιη μονάδα:

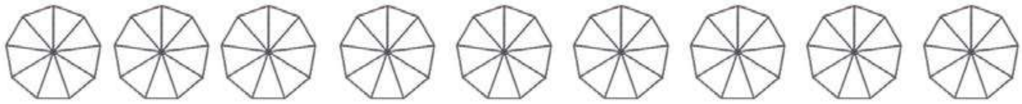
$\frac{5}{4}$　$\frac{3}{7}$　$\frac{2}{2}$　$\frac{3}{2}$　$\frac{1}{10}$　$\frac{12}{12}$　$\frac{20}{1}$　$\frac{3}{9}$　$\frac{30}{30}$　$\frac{15}{3}$

Γνήσια: ____

Καταχρηστικά: ______________________________________

Ίσα με την ακέραιη μονάδα: ____________________________

2. Χρωματίζω αυτό που λέει το καταχρηστικό κλάσμα (Δεν χρησιμοποιώ όλα τα σχήματα.):

α) $\frac{34}{5}$	
β) $\frac{47}{9}$	

3. Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς:

α) $\frac{5}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1+1+\frac{1}{2} = 2+\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

β) $\frac{25}{4} =$ ______________________________

γ) $\frac{21}{8} =$ ______________________________

δ) $\frac{13}{6} =$ ______________________________

ε) $\frac{22}{5} =$ ______________________________

στ) $\frac{11}{10} =$ ______________________________

ζ) $\frac{15}{12} =$ ______________________________

η) $\frac{23}{7} =$ ______________________________

4. Να μετατρέψετε τους μεικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα:

α) $2\frac{3}{4} = 2+\frac{3}{4} = 1+1+\frac{3}{4} = \frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

β) $4\frac{5}{7} =$ ______________________________

γ) $3\frac{4}{5} =$ ______________________________

δ) $5\frac{1}{2} =$ ______________________________

ε) $2\frac{4}{10} =$ ______________________________

στ) $1\frac{18}{20} =$ ______________________________

ζ) $1\frac{3}{12} =$ ______________________________

η) $2\frac{2}{7} =$ ______________________________

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε΄ ΤΑΞΗΣ ΑΡ. ΦΥΛ. 14

Το κλάσμα ως πηλίκο διαίρεσης

Όνομα: ______________________________

ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΚΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

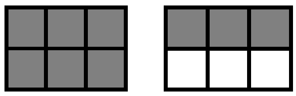
- Κάθε κλάσμα εκφράζει **το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή.**

  π.χ. $\frac{3}{4}$=3:4

- **Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί με τη μορφή κλάσματος**.

  π.χ. 6=6:1=$\frac{6}{1}$

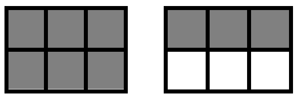
- **Μπορούμε να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό** διαιρώντας τον αριθμητή με τον παρονομαστή του.

  π.χ. $\frac{9}{6}$= 9:6=1,5

  Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό χρησιμοποιούμε την αριθμομηχανή τσέπης.

- **Το καταχρηστικό κλάσμα** μπορούμε να το μετατρέψουμε **σε μεικτό αριθμό:**

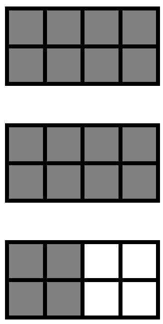
  - ή γράφοντας χωριστά τις ακέραιες μονάδες του

    π.χ. $\frac{9}{6}=\frac{6}{6}+\frac{3}{6}=1+\frac{3}{6}=1\frac{3}{6}$

  - ή διαιρώντας τον αριθμητή με τον παρονομαστή. Το πηλίκο της διαίρεσης είναι το ακέραιο μέρος, το υπόλοιπο είναι ο αριθμητής του κλάσματος και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

    π.χ. $\frac{9}{6}$ Άρα 9:6=1 και υ=3 → $\frac{9}{6}=1\frac{3}{6}$

- **Τον μεικτό αριθμό** μπορούμε να τον μετατρέψουμε **σε καταχρηστικό κλάσμα:**

  - ή γράφοντας το κλασματικό μέρος όπως είναι και μετατρέποντας τις ακέραιες μονάδες σε κλάσματα με αριθμητή και παρονομαστή ίσο με τον παρονομαστή του κλασματικού μέρους

    π.χ. $2\frac{4}{8}=2+\frac{4}{8}=\frac{8}{8}+\frac{8}{8}+\frac{4}{8}=\frac{20}{8}$

  - ή πολλαπλασιάζοντας το ακέραιο μέρος με τον παρονομαστή του κλάσματος και στο γινόμενο προσθέτουμε τον αριθμητή του κλάσματος. Παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

    π.χ. $2\frac{4}{8}$ Άρα 2Χ8=16 16+4=20 $2\frac{4}{8}=\frac{(2X8)+4}{8}==\frac{20}{8}$

1. Μετατρέπω τα καταχρηστικά κλάσματα σε μεικτούς αριθμούς με τη βοήθεια της διαίρεσης:

α) $\frac{19}{12}$ = 19:12= 1 και υ=7 → $\frac{19}{12}$ = 1 $\frac{7}{12}$

β) $\frac{34}{7}$ = ____________________

γ) $\frac{62}{5}$ = ____________________

δ) $\frac{46}{10}$ = ____________________

ε) $\frac{55}{2}$ = ____________________

στ) $\frac{37}{4}$ = ____________________

ζ) $\frac{67}{8}$ = ____________________

η) $\frac{44}{6}$ = ____________________

θ) $\frac{58}{7}$ = ____________________

ι) $\frac{79}{9}$ = ____________________

2. Να μετατρέψετε τους μεικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα με τη βοήθεια του πολλαπλασιασμού:

α) $3\frac{3}{5} = \frac{(3X5)+3}{5} = \frac{15+3}{5} = \frac{18}{5}$

β) $7\frac{1}{2}$ = ____________________

γ) $9\frac{7}{10}$ = ____________________

δ) $3\frac{13}{20}$ = ____________________

ε) $5\frac{3}{4}$ = ____________________

στ) $8\frac{6}{7}$ = ____________________

ζ) $3\frac{5}{12}$ = ____________________

η) $11\frac{3}{8}$ = ____________________

θ) $5\frac{4}{6}$ = ____________________

ι) $4\frac{8}{9}$ = ____________________

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε΄ ΤΑΞΗΣ ΑΡ. ΦΥΛ. 15

Ισοδυναμία κλασμάτων – Απλοποίηση κλασμάτων

Όνομα: ______________________________

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΚΑΙ ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ – ΑΝΑΓΩΓΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Ισοδύναμα λέγονται τα κλάσματα που εκφράζουν την ίδια ποσότητα, έχουν την ίδια αξία, αλλά έχουν διαφορετικούς όρους, δηλαδή διαφορετικό αριθμητή και παρονομαστή. $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{4}{8}$

Μπορούμε να βρούμε ισοδύναμα κλάσματα ενός αρχικού κλάσματος:

1. Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό. Σ' αυτή την περίπτωση τα ισοδύναμα κλάσματα έχουν μεγαλύτερους όρους. $\frac{2}{7}=\frac{2X4}{7X4}=\frac{8}{28}$

2. Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό: Με αυτό τον τρόπο, τα ισοδύναμα κλάσματα έχουν μικρότερους όρους. Έτσι όταν μετατρέπουμε ένα κλάσμα σε ένα άλλο ισοδύναμο του, αλλά με μικρότερους όρους, λέμε ότι κάνουμε **απλοποίηση**. $\frac{7}{21}=\frac{7:7}{21:7}=\frac{1}{3}$

Όταν η απλοποίηση γίνεται με το Μ.Κ.Δ. (μέγιστο κοινό διαιρέτη) των όρων του κλάσματος, το κλάσμα που προκύπτει δεν απλοποιείται άλλο και λέγεται **ανάγωγο**. $\frac{6}{12}=\frac{6:6}{12:6}=\frac{1}{2}$

1. Απλοποίησε τα κλάσματα:

$\frac{8}{2}=$ ___ $\frac{9}{24}=$ ___ $\frac{7}{21}=$ ___ $\frac{35}{77}=$ ___ $\frac{12}{27}=$ ___ $\frac{40}{72}=$ ___

2. Βρες ισοδύναμα κλάσματα:

α) με μεγαλύτερους όρους:

$\frac{1}{5}=$ ___ $\frac{6}{8}=$ ___ $\frac{7}{11}=$ ___ $\frac{4}{7}=$ ___ $\frac{2}{9}=$ ___ $\frac{1}{4}=$ ___

β) με μικρότερους όρους:

$\frac{4}{12}=$ ___ $\frac{6}{24}=$ ___ $\frac{9}{15}=$ ___ $\frac{20}{45}=$ ___ $\frac{32}{56}=$ ___ $\frac{5}{35}=$ ___

3. Φτιάξε τρία κλάσματα που να είναι ισοδύναμα με τα αρχικά:

$\frac{3}{7}=$ ___ $=$ ___ $=$ ___ $\frac{48}{80}=$ ___ $=$ ___ $=$ ___

$\frac{5}{10}=$ ___ $=$ ___ $=$ ___ $\frac{25}{100}=$ ___ $=$ ___ $=$ ___

4. Συμπλήρωσε τη σειρά των ισοδύναμων κλασμάτων:

α) $\frac{2}{6} = \frac{\_\_}{12} = \frac{6}{\_\_} = \frac{8}{\_\_} = \frac{\_\_}{30} = \frac{\_\_}{36} = \frac{\_\_}{42}$

β) $\frac{3}{4} = \frac{6}{\_\_} = \frac{\_\_}{12} = \frac{12}{\_\_} = \frac{\_\_}{20} = \frac{18}{\_\_} = \frac{\_\_}{28}$

5. Να μετατρέψεις τα κλάσματα σε ανάγωγα:

$\frac{100}{145} = \_\_\_$ $\frac{25}{75} = \_\_\_$ $\frac{64}{96} = \_\_\_$ $\frac{30}{60} = \_\_\_$ $\frac{90}{120} = \_\_\_$

$\frac{40}{56} = \_\_\_$ $\frac{66}{99} = \_\_\_$ $\frac{18}{60} = \_\_\_$ $\frac{27}{72} = \_\_\_$ $\frac{11}{16} = \_\_\_$

6. Αντιστοιχίζω τα σωστά:

$\frac{90}{12}$ •	• $7\frac{4}{6}$ •	• $7\frac{1}{4}$
$\frac{58}{8}$ •	• $7\frac{6}{12}$ •	• $7\frac{2}{3}$
$\frac{46}{6}$ •	• $7\frac{2}{8}$ •	• $7\frac{1}{2}$
$\frac{132}{18}$ •	• $7\frac{6}{18}$ •	• $7\frac{1}{8}$
$\frac{76}{10}$ •	• $7\frac{2}{16}$ •	• $7\frac{1}{3}$
$\frac{114}{16}$ •	• $7\frac{16}{20}$ •	• $7\frac{3}{5}$
$\frac{156}{20}$ •	• $7\frac{6}{10}$ •	• $7\frac{4}{5}$

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ε΄ ΤΑΞΗΣ — ΑΡ. ΦΥΛ. 16

Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων

Όνομα: ______________________________

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΞΗ ΟΜΩΝΥΜΩΝ ΚΑΙ ΕΤΕΡΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Τα κλάσματα που έχουν ίδιο παρονομαστή λέγονται **ομώνυμα**, ενώ τα κλάσματα που έχουν διαφορετικό παρονομαστή λέγονται **ετερώνυμα**.

Ομώνυμα ⇩ $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$

Ετερώνυμα ⇩ $\frac{2}{5}, \frac{4}{8}, \frac{3}{15}$

- Στα ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι το κλάσμα που έχει μεγαλύτερο αριθμητή. $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$
- Στα ετερώνυμα κλάσματα που έχουν ίσους αριθμητές, μεγαλύτερο είναι το κλάσμα που έχει μικρότερο παρονομαστή. $\frac{4}{9} < \frac{4}{3}$
- Ένα κλάσμα που έχει μεγαλύτερο αριθμητή και μικρότερο παρονομαστή από ένα άλλο κλάσμα είναι μεγαλύτερο από αυτό. $\frac{5}{14} < \frac{6}{12}$
- Μπορούμε να συγκρίνουμε κλάσματα χρησιμοποιώντας ένα κοινό σημείο αναφοράς. (π.χ. Πόσο κοντά βρίσκεται στην ακέραια μονάδα. $\frac{9}{10} < \frac{11}{12}$

1. Βάζω τα παρακάτω κλάσματα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

α) $\frac{8}{12}, \frac{3}{12}, \frac{10}{12}$ ______________________________

β) $\frac{4}{12}, \frac{4}{5}, \frac{4}{9}$ ______________________________

γ) $\frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \frac{14}{18}$ ______________________________

2. Βάζω ένα από τα σύμβολα < , > ή = σε κάθε ζευγάρι των παρακάτω κλασμάτων υπολογίζοντας νοερά.

$\frac{5}{7}$ ___ $\frac{4}{7}$, $\frac{9}{24}$ ___ $\frac{9}{10}$, $\frac{14}{21}$ ___ $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{6}$ ___ $\frac{12}{24}$, $\frac{4}{12}$ ___ $\frac{12}{15}$

3. Προβλήματα:

Α. Ο Βασίλης χρειάστηκε 35 λεπτά για να γράψει τα Μαθηματικά του, $\frac{18}{24}$ της ώρας για να γράψει εργασία στο μάθημα της Ελλ. Γλώσσας και $\frac{24}{48}$ της ώρας για να γράψει πληροφορίες στην Γεωγραφία. Σε ποια από τις εργασίες του χρειάστηκε τον περισσότερο χρόνο;

Λύση:

Απάντηση: ____

Β. Η Χρύσα έδωσε τα $\frac{6}{12}$ των χρημάτων της για να αγοράσει 2 βιβλία και τα $\frac{36}{72}$ αυτών για να αγοράσει 1 επιτραπέζιο παιχνίδι. Για ποιο από τα δυο προϊόντα έδωσε λιγότερα χρήματα;

Λύση:

Απάντηση: ____

Γ. Ο κύριος Ανδρέας χρειάστηκε τα $\frac{77}{110}$ του μήνα για να βάψει μια πολυκατοικία.

Πόσες ημέρες χρειάστηκε τελικά;

Λύση:

Απάντηση: ____