

Κεφ. 10 - Πολλαπλάσια και διαιρέτες

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που σχηματίζονται από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

Παράδειγμα:

Τα πολλαπλάσια του 4 είναι
το **4, 8, 12, 16...**
 $4 \times 2 = 8, 4 \times 3 = 12, 4 \times 4 = 16$

Πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι οι αριθμοί που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε αυτόν τον αριθμό με άλλους.

$1 \times 5 = 5, 2 \times 5 = 10, 3 \times 5 = 15, 4 \times 5 = 20, 5 \times 5 = 25$

Πολλαπλάσια του 2 και 3

$\Pi_2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, \dots$

$\Pi_3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots$

Τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού είναι **άπειρα**, διότι άπειροι είναι και οι αριθμοί με τους οποίους μπορώ να τον πολλαπλασιάσω.

Διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού είναι κάθε άλλος αριθμός φυσικός αριθμός που τον διαιρεί τέλεια.

- Όλοι οι φυσικοί αριθμοί έχουν διαιρέτες τουλάχιστον το **1** και τον εαυτό τους.
- Ένας αριθμός μπορεί να έχει πολλούς διαιρέτες.
- Οι διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού είναι μικρότεροι ή ίσοι του αριθμού.

Διαιρέτες

Παίρνουμε τον αριθμό 36. Ο αριθμός αυτός διαιρείται ακριβώς:

$36 : 2 = 18 \quad 36 : 3 = 12 \quad 36 : 4 = 9 \quad 36 : 6 = 6$
 $36 : 9 = 4 \quad 36 : 12 = 3 \quad 36 : 18 = 2 \quad 36 : 36 = 1$

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός 36 διαιρείται ακριβώς με τους αριθμούς **2, 3, 4, 6, 9, 12, 18** και **36**. Οι αριθμοί αυτοί λέγονται διαιρέτες του αριθμού 36.

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)

Κοινά πολλαπλάσια (Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι τα πολλαπλάσια τα οποία είναι ίδια σε όλους τους αριθμούς

Παράδειγμα:

$\Pi_3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, \dots$
 $\Pi_4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, \dots$
 $\Pi_6 = 6, 12, 18, 24, 30, \dots$

Τα **κοινά πολλαπλάσια** του 3 του 4 και του 6, που είναι μικρότερα από το 30, είναι τα 12, 24.

Κοινά πολλαπλάσια (Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι τα πολλαπλάσια τα οποία είναι ίδια σε όλους τους αριθμούς.

$\Pi_2 = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20$

$\Pi_3 = 3, 6, 9, 12, 15, 18$

Κ.Π. (2, 3) = 6, 12, 18

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών.

Πως βρισκουμε το Ε.Κ.Π.

1^{ος} τρόπος:

- Βρίσκουμε μερικά πολλαπλάσια των αριθμών.
- Σημειώνουμε τα κοινά πολλαπλάσιά τους.
- Επιλέγουμε το μικρότερο από αυτά.


1

Na βρεθεί το Ε.Κ.Π. των αριθμών 4, 6

$\Pi_4 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36, \dots$

$\Pi_6 = 6, 12, 18, 24, 30, \dots$

Ε.Κ.Π. (4, 6): 12



2^{ος} τρόπος:

Παίρνουμε τον **μεγαλύτερο αριθμό**. Εξετάζουμε αν είναι πολλαπλάσιο ταυτόχρονα των άλλων. Εάν είναι, αυτός είναι και το Ε.Κ.Π. Εάν δεν είναι, παίρνουμε τον **διπλάσιό του** και εξετάζουμε το ίδιο πράγμα. Εάν δεν είναι και πάλι πολλαπλάσιο των άλλων, παίρνουμε τον **τριπλάσιό του** και ελέγχουμε ξανά. Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο, μέχρι να βρούμε ένα πολλαπλάσιο του μεγαλύτερου αριθμού που να είναι πολλαπλάσιο ταυτόχρονα και των άλλων αριθμών. Αυτό θα είναι και το **Ε.Κ.Π.**

2


Na βρεθεί το Ε.Κ.Π. των αριθμών 8, 12, 16

$16:12 = \text{και } 16:8 = \text{δεν διαιρείται}$

$16 \times 2 = 32$ $32:12 = \text{δεν διαιρείται}$ $32:8 = 4$ διαιρείται

$16 \times 3 = 48$ $48:12 = 4$ διαιρείται $48:8 = 6$ διαιρείται

Ε.Κ.Π. 8, 12, 16: 48



3^{ος} τρόπος:

Γράφω οριζόντια τους αριθμούς και δεξιά τους φέρνω μια **κατακόρυφη γραμμή**.

Δεξιά της γραμμής γράφω **πρώτους αριθμούς** (2,3,5,7,11...) που διαιρούν έστω και έναν από τους αριθμούς που έχουν δοθεί.

Τότε αριστερά της γραμμής, κάτω από τους αριθμούς που έχουν δοθεί, βάζω τα πηλικά (όταν η διαίρεση είναι τέλεια) ή τον ίδιο αριθμό (όταν η διαίρεση δεν είναι τέλεια).

Συνεχίζω την ίδια διαδικασία μέχρι όλα τα πηλικά να γίνουν 1.

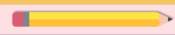
Έτσι καταλήγουμε σε μια νέα γραμμή που όλα τα πηλικά είναι μονάδες. Το **Ε.Κ.Π.** είναι **το γινόμενο των αριθμών** που βρίσκονται δεξιά της κατακόρυφης γραμμής

3

Na βρεθεί το Ε.Κ.Π. των αριθμών 20, 4, 12, 6

| | | | | | |
|----|---|----|---|--|---|
| 20 | 4 | 12 | 6 | | 2 |
| 10 | 2 | 6 | 3 | | 2 |
| 5 | 1 | 3 | 3 | | 3 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | | 5 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | | |

Ε.Κ.Π. (20, 4, 12, 6) =
 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$



ΣΤΑ ΠΕΝΑΛΤΙ - ΕΞΑΣΚΗΣΗ ΣΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ



[Προπαίδια του 2, 3, 4](#)



[Προπαίδια του 5, 6, 7](#)



[Προπαίδια του 8, 9, 10](#)