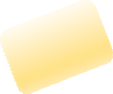
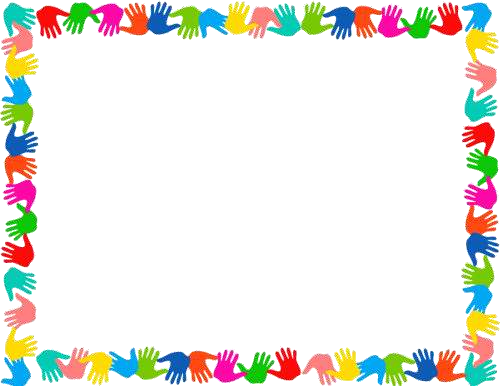
Όνομα: Ημερομηνία: / /



**Μαθηματικά**

Κεφάλαιο 15 **–**

Παραγοντοποίηση φυσικών



Θεωρία

# Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών



Ένας σύνθετος αριθμός μπορεί να εκφραστεί και ως γινόμενο πρώτων αριθμών (γινόμενο πρώτων παραγόντων).

Μπορούμε να αναλύσουμε ένα σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με δύο τρόπους:

## Α. με δεντροδιαγράμματα Β. με διαδοχικές διαιρέσεις

**Α. Με δεντροδιαγράμματα**

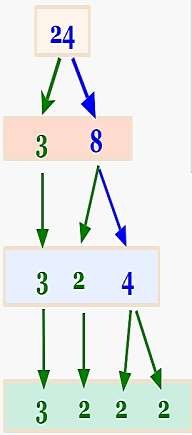


Παράδειγμα Παραγοντοποίησης:

## 24 = 2\*2\*2\*3

**60 = 2\*2\*3\*5**

|  |
| --- |
| Ας πάρουμε τον αριθμό 24. |
| Βρίσκουμε **δυο αριθμούς που να έχουν γινόμενο 24**, (3\*8 ή 2\*12 ή 4\*6) και τους γράφουμε κάτω από το 24. |
| Ο αριθμός **3 είναι πρώτος** και δεν μπορεί να αναλυθεί περισσότερο. Τον ξαναγράφω από κάτω. Ο αριθμός **8 μπορεί να αναλυθεί σε 2\*4**.  Τους γράφω κάτω απ' το 8. |
| Ο αριθμός **2 είναι πρώτος** και δεν μπορεί να αναλυθεί περισσότερο. Τον ξαναγράφω  από κάτω. Ο αριθμός **4 μπορεί να αναλυθεί σε**  **2\*2**. Τους γράφω κάτω απ' το 4. |

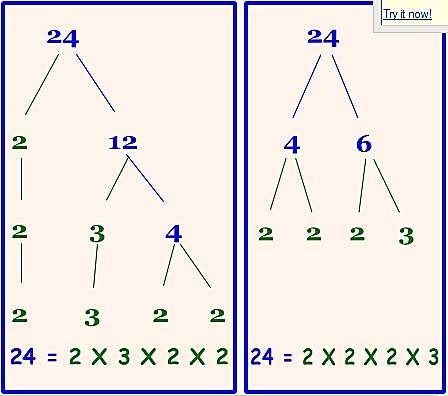


**24 = 3 Χ 2 Χ 2 Χ 2**

**Η ανάλυση τελειώνει,** όταν όλοι οι παράγοντες είναι **πρώτοι αριθμοί** όπως εδώ (3,2, 2 και 2).

Άρα ο αριθμός 24 μπορεί να εκφραστεί ως γινόμενο πρώτων παραγόντων ως εξής:

**24 = 3 Χ 2 Χ 2 Χ 2**



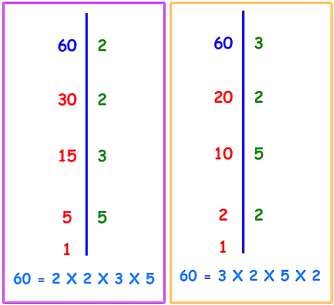
**τι αποτέλεσμα θα είχαμε αν στην αρχή δεν διαλέγαμε το 3\*8 αλλά το 2\*12 ή το 4\*6 ;**

**Ακριβώς το ίδιο.**

# Β. Με διαδοχικές διαιρέσεις

Ας πάρουμε τον αριθμό **60**. Τον γράφουμε και τραβάμε μια κάθετη γραμμή στα δεξιά του.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Εξετάζουμε ποιος είναι **ο μικρότερος πρώτος αριθμός** που διαιρεί ακριβώς το 60. Είναι **το 2. Διαιρούμε το 60 με το** 2 και **γράφουμε κάτω από το 60** το **πηλίκο** της διαίρεσης δηλαδή το **30.** (το πηλίκο της διαίρεσης 60:2) . | **60** | **2** |
| Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία για το **30**. **Διαιρούμε με το 2 ,** γιατί είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός που το διαιρεί , και γράφουμε **το πηλίκο** της διαίρεσης που είναι το **15**. (30:2). | **30** | **2** |
| Το **15** δε διαιρείται με το 2. Πάμε στον επόμενο πρώτο αριθμό που είναι το 3 και εξετάζουμε αν διαιρείται με το 15. **Διαιρούμε με το 3** και γράφουμε **το πηλίκο** της διαίρεσης που είναι το **5**. | **15** | **3** |
| Το ίδιο κάνουμε και για το **5**, που το **διαιρούμε με το** 5 , και καταλήγουμε σε **πηλίκο 1.** Τότε τελειώνει και η ανάλυση. | **5**  **1** | **5** |
| **Άρα ο αριθμός 60 εκφράζεται ως γινόμενο πρώτων παραγόντων ως εξής:**  **60 = 2 Χ 2 Χ 3 Χ 5** | | |



**Στις διαδοχικές διαιρέσεις**

**, όπως και στα δεντροδιαγράμματα ,**

**δε με ενδιαφέρει η σειρά των πρώτων αριθμών με την οποία διαιρώ τον σύνθετο και τα πηλίκα**

**που προκύπτουν.**

**Με όποιον τρόπο και αν γίνει αυτό, το γινόμενο των πρώτων αριθμών είναι το ίδιο.**

**2. Κυκλώνω σε κάθε στήλη κάτω από τον σύνθετο αριθμό τη σωστή ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:**



Ασκήσεις

**1.** Βρίσκω **ποιοι είναι οι αριθμοί** που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

α) 2 · 3 · 5 · 5 = ………

β) 3 · 3 · 5 · 7 = ………

γ) 2 · 3 · 7 · 7 = ………

δ) 5 · 13 · 17 = ………

ε) 2 · 2 · 2 · 5 · 7 · 11 = ………

στ) 3 · 3 · 5 · 7 · 23 = ………

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **12** | **28** | **40** | **54** | **64** |
| 2 · 6 | 4 · 7 | 2 · 2 · 2 · 5 | 3 · 18 | 4 . 16 |
| 3 · 4 | 2 · 2 ·7 | 5 · 8 | 2 · 3 · 3 · 3 | 8 · 8 |
| 2 · 3 · 2 | 2 · 14 | 4 · 10 | 6 · 9 | 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 |

**3. Αναλύω τους αριθμούς 16,30,36,49,64 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**

**με διαδοχικές διαιρέσεις:**

**16**

**8**

**2**

**30**

**36**

**49**

**210**

**16 = …………………. 30 = …………………. 36 = …………………. 49 = …………………. 210 = ………………….**

**4. Αναλύω τους αριθμούς 27,30,48,56,68 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**

**με δεντροδιάγραμμα.**

**27** = **…………………. 30** = **………………….**

**48** = **………………….**

**68** = **………………….**

**48**

**30**

**27**

**68**



**Προβλήματα**

**5.** Το 11 είναι παράγοντας του αριθμού 4.620. Ποιους άλλους διαφορετικούς

παράγοντες έχει ο αριθμός αυτός;

**Απάντηση**: