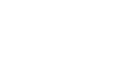
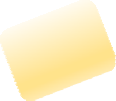
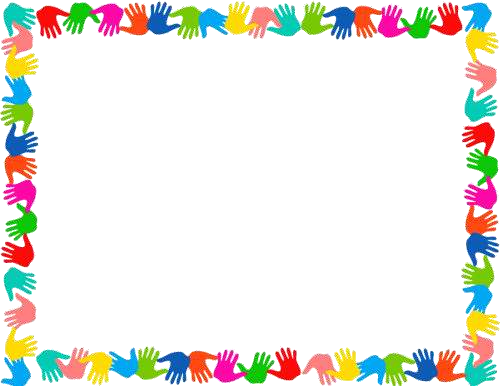
Όνομα:



Μαθηματικά

Κεφάλαιο 16 **–**

Πολλαπλάσια ενός αριθμού - Ε.Κ.Π.

Ημερομηνία: / /

Θεωρία



# Τι είναι τα πολλαπλάσια ;



**Πολλαπλάσια** ενός φυσικού αριθμού ονομάζονται οι αριθμοί που **προκύπτουν όταν τον πολλαπλασιάσουμε με άλλους φυσικούς αριθμούς**.

# Πώς τα βρίσκουμε

Μπορούμε να βρούμε τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού, **πολλαπλασιάζοντάς** τον αριθμό διαδοχικά με το **1 , 2, 3 , 4 , 5 … 1.000 ….**

Τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού είναι **άπειρα** , διότι άπειροι είναι και οι αριθμοί με τους οποίους μπορώ να τον πολλαπλασιάσω.

# Ποια είναι τα κοινά πολλαπλάσια;

Παράδειγμα

## Π3 = 0 , 3 , 6 , 9 , 12 ,

**15 , 18, ……**

**Π5 = 0 , 5 , 10 , 15 , 20 ,**

**25 , 30 , …..**



**Κοινά**

πολλαπλάσια δύο

ή

περισσότερων φυσικών αριθμών είναι τα πολλαπλάσια που **είναι ίδια** (κοινά) **σε όλους τους αριθμούς.**

Τα **κοινά πολλαπλάσια** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών είναι **άπειρα**.



Παράδειγμα

**Π3 = 0,3,6,9,12, 15,18, 21, 24, 27,30,33,36…**

**Π4 = 0,4,8,12,16,20, 24, 28, 32,36 …**

**Οι αριθμοί 0 ,12 , 24 , 36 είναι πολλαπλάσια και του 3 και του 4.**

**Είναι τα κοινά πολλαπλάσια (Κ.Π.) του 3 και του 4.**

**Επομένως:**

**Κ.Π. (3,4)= 0 , 12 , 24 , 36 …..48 ..**

# Τι είναι το Ε.Κ.Π. ;



**Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ονομάζω το **μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια** των αριθμών, **όχι όμως το μηδέν.**



Παράδειγμα

**Π3 = 0,3,6,9,12, 15,18, 21, 24, 27,30,33,36…**

**Π4 = 0,4,8,12,16,20, 24, 28, 32,36 …**

**Κ.Π. (3,4)= 0 , 12 , 24 , 36 …..48**

**Ε.Κ.Π. (3,4) = 12**

# ΤΡΟΠΟΙ ΕΥΡΕΣΗΣ ΤΟΥ Ε.Κ.Π.

**1ος τρόπος**



**Γράφουμε όλα τα πολλαπλάσια** κάθε αριθμού με τη σειρά **και βρίσκουμε το μικρότερο από τα κοινά** πολλαπλάσιά τους.



Παράδειγμα

**Π3 = 0,3,6,9,12, 15,18, 21, 24, 27,30,33,36…**

**Π4 = 0,4,8,12,16,20, 24, 28, 32,36 …**

**Κ.Π. (3,4)= 0 , 12 , 24 , 36 …..48**

**Ε.Κ.Π. (3,4) = 12**

**2ος τρόπος**



**Επιλέγουμε το μεγαλύτερο** από τους αριθμούς και **εξετάζουμε αν διαιρείται ακριβώς από όλους** τους άλλους.

**Αν διαιρείται** με όλους, τότε

**είναι** αυτός **το Ε.Κ.Π.**

**Αν δε διαιρείτα**ι τότε **τον διπλασιάζουμε**, τριπλασιάζουμε

, τετραπλασιάζουμε κτλ. **μέχρι να βρούμε τον αριθμό που διαιρείται ακριβώς από τους άλλους.**

**Αυτός ο αριθμός θα είναι το Ε.Κ.Π.**



Παράδειγμα

Να βρεθεί το Ε.Κ.Π. (16, 24 , 36) Μεγαλύτερος είναι το 36.

Δε διαιρείται με το 16 ούτε με το 24.

**Διπλασιάζω** το 36 → 36χ2=**72**

Το 72 διαιρείται με το 24 (3χ24=72) , όχι όμως και με το 16.

**Τριπλασιάζω** το 36 → 36χ3=**108**

Το 108 δε διαιρείται με το 16 ούτε με το 24.

**Τετραπλασιάζω** το 36 → 36χ4=**144**

**Το 144 διαιρείται και με το 16 και με το**

**24. Επομένως το 144 είναι το Ε.Κ.Π.**

Άρα **Ε.Κ.Π. (16,24,36) = 144**

**3ος τρόπος - Με διαδοχικές διαιρέσεις.**



Παράδειγμα

Να βρεθεί το Ε.Κ.Π. (16, 24 , 36)

**Ε.Κ.Π. (16,24,36) = 2χ2χ2χ2χ3χ3=144**

Γράφω οριζόντια τους αριθμούς και δεξιά τους φέρνω μια κατακόρυφη γραμμή .

Δεξιά της γραμμής γράφω

**πρώτους αριθμούς** ( 2,3,5,7,11 ..

) **που διαιρούν έστω και έναν** από τους αριθμούς που έχουν δοθεί.

Τότε αριστερά της γραμμής, **κάτω από τους αριθμούς** που έχουν δοθεί, **βάζω τα πηλίκα** (όταν η διαίρεση είναι τέλεια) ή τον ίδιο αριθμό (όταν η διαίρεση δεν είναι τέλεια).

Συνεχίζω την ίδια διαδικασία μέχρι **όλα τα πηλίκα να γίνουν 1,**

οπότε το **Ε.Κ.Π. είναι το γινόμενο των πρώτων παραγόντων δεξιά της γραμμής.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **16** | **24** | **36** | **2** |
| **8** | **12** | **18** | **2** |
| **4** | **6** | **9** | **2** |
| **2** | **3** | **9** | **2** |
| **1** | **3** | **9** | **3** |
| **1** | **1** | **3** | **3** |
| **1** | **1** | **1** |  |



Ασκήσεις

**1.** Συμπληρώνω τον πίνακα με τα πολλαπλάσια των αριθμών 4, 5, 8 και με τη βοήθειά του βρίσκω το Ε.Κ.Π. τους.

Ε.Κ.Π. (4,5,8) = …………………

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| 4 | 4 | 8 | 12 |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 5 | 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**2.** Βρίσκω το Ε.Κ.Π. των αριθμών α. 20, 35 , 60 και β. 12 ,18 ,28 με διαδοχικές

διαιρέσεις.

**20**

**35**

**60 2**

**12**

**18**

**28**

**2**

**Ε.Κ.Π. (20, 35 ,60 ) = ………………………………………………………………………………**

**Ε.Κ.Π. (12, 18 ,28 ) = ………………………………………………………………………………**

**3.** α) Βρίσκω τα **πολλαπλάσια** των 3 , 4 , 6. β) Βρίσκω τα **κοινά** πολλαπλάσια των 3 , 4 , 6. γ) Βρίσκω το **Ε.Κ.Π.** (3 , 4 , 6).

Π3 = ………………………………………………………………………………………………

Π4 = …………………………………………………………………………………………………

Π6 = ………………………………………………………………………………………………….

Κ.Π (3 ,4 , 6 ) = ………………….

Ε.Κ.Π. (3 , 4 , 6) = ………………….



**Προβλήματα**

**4.** Οι μαθητές ενός σχολείου χωρίζονται σε ομάδες των 3 , των 4 και

των 5 παιδιών χωρίς να περισσεύει κανένας. Πόσοι μπορεί να είναι;

**Απάντηση**:

**5.** Μια αεροπορική εταιρία έχει πτήση από Αθήνα για Ν. Υόρκη κάθε 4 ημέρες, μια άλλη κάθε 5 ημέρες και μια τρίτη κάθε 12 ημέρες. Αν σήμερα είχαν και οι τρεις την πτήση μετά από πόσες ημέρες θα έχουν την πτήση την ίδια μέρα και οι τρεις;

**Απάντηση**: