

ΟΛΙΚΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΩΣΗΣ-----

1. #20233 Ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h πάνω από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα v_0 . Κάποια χρονική στιγμή t_0 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = 4s$. Το βομβαρδιστικό αεροπλάνο εξακολουθώντας την οριζόντια κίνησή του στο ίδιο ύψος h , αυξάνει την ταχύτητά του σε $2v_0$ και τη διατηρεί σταθερή. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία δεύτερη βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t'$. Αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε : (α) $\Delta t' = 2s$, (β) $\Delta t' = 4s$, (γ) $\Delta t' = 8s$

(β) $h = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Αφού το h δεν αλλάζει δεν αλλάζει ούτε το Δt .

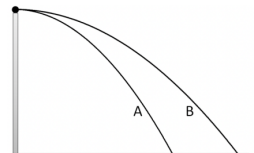
2. #26873 Δύο μπάλες A και B κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες με μέτρα και αντίστοιχα στην επιφάνεια ενός λείου οριζόντιου τραπέζιου που βρίσκεται σε ύψος από το δάπεδο και πέφτουν την ίδια χρονική στιγμή από την άκρη του. Αν $v_A > v_B$ ποια σφαίρα θα φθάσει πρώτη στο έδαφος; (α) η A , (β) η B , (γ) θα φθάσουν ταυτόχρονα

(γ) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Αφού το h δεν αλλάζει δεν αλλάζει ούτε το t .

3. #16737 Δύο σώματα A και B με μάζες m_1 και $m_2=2m_1$ αντίστοιχα, βρίσκονται στο ίδιο μικρό ύψος h από το έδαφος και εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες u_1 και $u_2=3u_1$ αντίστοιχα προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, τότε (α) το σώμα A θα φτάσει πρώτο στο έδαφος (β) το σώμα B θα φτάσει πρώτο στο έδαφος (γ) τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος

(γ) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Αφού το h δεν αλλάζει δεν αλλάζει ούτε το t .

4. #20230 Η σφαίρα του σχήματος εκτοξεύεται δύο φορές με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες εκτελώντας οριζόντια βολή, από το ίδιο ύψος h από το έδαφος. Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά που ακολουθεί μετά την πρώτη ρίψη (A) και μετά τη δεύτερη ρίψη (B) αντίστοιχα. Ο χρόνος που θα κινηθεί η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι: (α) μεγαλύτερος στην τροχιά A , (β) μεγαλύτερος στην τροχιά B , (γ) ίδιος για τις τροχιές A και B



(γ) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Αφού το h δεν αλλάζει δεν αλλάζει ούτε το t .

5. #16049 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου v_0 . Έστω Δt_1 και Δt_2 τα χρονικά διαστήματα που κάνουν η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα, αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος. Η σχέση ανάμεσα στα δύο χρονικά διαστήματα είναι:

(α) $\Delta t_1 < \Delta t_2$ (β) $\Delta t_1 = \Delta t_2$ (γ) $\Delta t_1 > \Delta t_2$

(β) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Αφού το h δεν αλλάζει δεν αλλάζει ούτε το Δt .

6. #16039 Δύο σώματα A και B εκτοξεύονται ταυτόχρονα οριζόντια από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h και $9h$ αντίστοιχα. (α) Το A σώμα θέλει τριπλάσιο χρόνο από το B σώμα για να φτάσει στο έδαφος. (β) Το B σώμα θέλει τριπλάσιο χρόνο από το A σώμα για να φτάσει στο έδαφος. (γ) Τα δύο σώματα A και B φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος

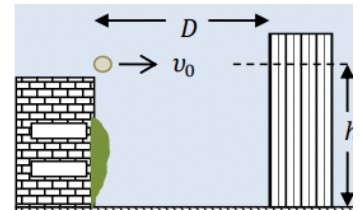
$$(\beta) h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \text{ Άρα } t' = \sqrt{\frac{2h'}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 9h}{g}} = 3\sqrt{\frac{2h}{g}} = 3t$$

7. #20232 Δύο βομβαρδιστικά αεροπλάνα (1) και (2) κινούνται με ταχύτητες οριζόντιας διεύθυνσης, σε ύψη $H_1=H$ και $H_2=\frac{5H}{2}$ αντίστοιχα, πάνω από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνεται να πέσει από κάθε αεροπλάνο μία βόμβα. Οι βόμβες φτάνουν στο έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 , αντίστοιχα. Αν θεωρήσουμε μηδενική την αντίσταση του αέρα, για το λόγο $\frac{t_1}{t_2}$, ισχύει:

$$(\alpha) \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad (\beta) \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{5}{2}} \quad (\gamma) \frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(\alpha) h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \text{ Άρα } t_2 = \sqrt{\frac{2H_2}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{5}{2}H}{g}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{2H_1}{g}} = \sqrt{\frac{5}{2}} t_1$$

8. #16249 Μικρή σφαίρα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10 \text{ m/s}$ από την ταράτσα ενός κτιρίου. Η ταράτσα βρίσκεται σε ύψος $h = 45 \text{ m}$ από το έδαφος, που θεωρείται οριζόντιο. Σε απόσταση $D = 20 \text{ m}$ από το κτίριο αυτό υπάρχει δεύτερο ψηλό κτίριο όπως φαίνεται και στο σχήμα. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι $g=10\text{m/s}^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Ο χρόνος κίνησης μέχρι την πρώτη πρόσκρουση του σώματος (είτε στο έδαφος είτε στο απέναντι κτήριο) είναι: (α) $3s$, (β) $2s$, (γ) $1s$



$$(\beta) h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 45}{10}} = 3s. \text{ Αλλά } D = v_0 t \Rightarrow t = \frac{D}{v_0} = \frac{20}{10} = 2s \text{ άρα μικρότερο και συνεπώς θα προσκρούσει πρώτα στον τοίχο σε } 2s \text{ (β)}$$

ΒΕΛΗΝΕΚΕΣ-----

9. #19480 Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H με αρχική ταχύτητα \vec{v}_0 και εκτελεί οριζόντια βολή με βεληνεκές S. Αν εκτοξεύσουμε οριζόντια το ίδιο σώμα από το ίδιο σημείο με ταχύτητα $2\vec{v}_0$, το βεληνεκές: α) παραμένει ίδιο β) διπλασιάζεται γ) τετραπλασιάζεται

$$(\beta) H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ και } s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}. \text{ Αφού } s \text{ και } \vec{v}_0 \text{ είναι ανάλογα, διπλασιάζεται το } \vec{v}_0 \text{ άρα διπλασιάζεται και το } s. \text{ Το ύψος } H \text{ είναι ίδιο άρα δεν επηρεάζει.}$$

10. #19651 Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, από ύψος H, με αρχική ταχύτητα \vec{v}_0 . Το βεληνεκές της είναι ίσο με S_1 . Αν το ίδιο σώμα εκτελέσει οριζόντια βολή από ύψος $4H$, με την ίδια αρχική οριζόντια ταχύτητα \vec{v}_0 , τότε το βεληνεκές: (α) δε μεταβάλλεται. (β) υποδιπλασιάζεται. (γ) διπλασιάζεται

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ και } s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}. \text{ Αφού } s \text{ είναι ανάλογο με την ρίζα του ύψους, τετραπλασιάζεται το ύψος άρα διπλασιάζεται το } s. \text{ Η αρχική ταχύτητα είναι ίδια άρα δεν επηρεάζει.}$$

11. #16118 Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 εκτοξεύονται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα από σημεία Α και Β αντίστοιχα που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και σε ύψη από το έδαφος h_1 και h_2 αντίστοιχα για τα οποία ισχύει $h_1 = 4 \cdot h_2$. Αν η οριζόντια μετατόπιση από το σημείο εκτόξευσης των σφαιρών Σ_1 και Σ_2

μέχρι το σημείο πρόσκρουσης στο έδαφος (δηλαδή το βεληνεκές), είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει: (α) $x_1=4 \cdot x_2$, (β) $x_1=\sqrt{2} \cdot x_2$, (γ) $x_1=2 \cdot x_2$

$$(γ) x = v_0 t_{ολ} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \text{ Άρα } x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = v_0 \sqrt{\frac{2 \times 4h_2}{g}} = 2v_0 \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 2x_2$$

12. #16098 Αν για ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 , το οριζόντιο βεληνεκές είναι ίσο με S , τότε το ύψος H από το οποίο εκτοξεύθηκε το αντικείμενο είναι:

$$(α) \frac{2v_0^2}{g} \quad (β) \frac{2v_0^2}{gS^2} \quad (γ) \frac{gS^2}{2v_0}$$

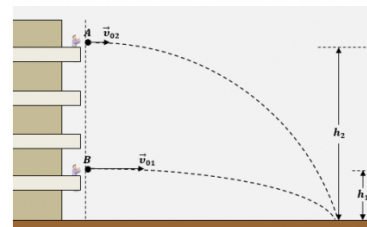
$$(γ) S = v_0 t_{ολ} \Rightarrow t_{ολ} = \frac{S}{v_0}. \quad H = \frac{1}{2} g t_{ολ}^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{S}{v_0} \right)^2 = \frac{gS^2}{2v_0^2}$$

12. #21438 Μικρή σφαίρα εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t=0$ οριζόντια, με ταχύτητα \bar{v}_0 από ύψος H από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t=t_1$ η σφαίρα απέχει $h = \frac{15H}{16}$ από το έδαφος. Εάν s η συνολική οριζόντια απόσταση που θα διανύσει η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος και s_1 η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει η σφαίρα μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 , τότε ισχύει:

$$(α) s_1 = \frac{1}{2} s, \quad (β) s_1 = \frac{1}{4} s, \quad (γ) s_1 = \frac{1}{8} s$$

$$(β) s = v_0 t_{ολ} = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ και } s_1 = v_0 t_1 = v_0 \sqrt{\frac{2y}{g}} = v_0 \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = v_0 \sqrt{\frac{2(H - \frac{15}{16}H)}{g}} = \frac{1}{4} v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{1}{4} s$$

13. #22515 Δύο άνθρωποι που βρίσκονται σε μπαλκόνια ενός ψηλού κτιρίου, πετούν από μια μικρή σφαίρα ο καθένας. Ο ένας πετάει τη δική του σφαίρα με αρχική οριζόντια ταχύτητα \bar{v}_{02} , από σημείο Α το οποίο βρίσκεται σε ύψος h_2 από το οριζόντιο έδαφος. Ο άλλος πετάει τη δική του σφαίρα με αρχική οριζόντια ταχύτητα \bar{v}_{01} , από σημείο Β το οποίο βρίσκεται σε ύψος h_1 από το οριζόντιο έδαφος. Αν δίνεται ότι για τα δύο ύψη ισχύει η σχέση $h_2=4h_1$, ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα και ότι οι δύο σφαίρες έφτασαν στο ίδιο ακριβώς σημείο στο οριζόντιο έδαφος που βρίσκεται στη βάση του κτιρίου, τότε για τα μέτρα των οριζόντιων αρχικών ταχυτήτων των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση: (α) $v_{01}=2v_{02}$ (β) $v_{01}=v_{02}$ (γ) $v_{02}=2v_{01}$



$$(α) s = v_0 t_{ολ} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \text{ Άρα } v_{02} = s \sqrt{\frac{g}{2h_2}} = s \sqrt{\frac{g}{2 \cdot 4h_1}} = \frac{1}{2} s \sqrt{\frac{g}{2h_1}} = \frac{1}{2} v_{01}$$

15. #20105 Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια, που εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρου v_1 και v_2 αντίστοιχα. Αν γνωρίζετε ότι το οριζόντιο βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του οριζόντιου βεληνεκού S_1 του πρώτου κομματιού τότε, τα μέτρα των ταχυτήτων v_1 και v_2 ικανοποιούν τη σχέση: (α) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{4}$, (β) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$, (γ) $\frac{v_1}{v_2} = 2$

$$(β) \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}, \quad (γ) \frac{v_1}{v_2} = 2$$

$$(β) s = v_0 t \Rightarrow v_0 = \frac{s}{t}. \text{ Ο χρόνος είναι ίδιος γιατί πέφτουν από το ίδιο ύψος. Άρα } v_2 = \frac{s_2}{t} = \frac{2s_1}{t} = 2v_1.$$

ΕΠΙΤΕΥΞΗ ΣΥΝΘΗΚΗΣ- ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ-----

16. #19477 Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και εκτελεί οριζόντια βολή.

Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι

διπλάσιο από το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της, είναι ίση με: α) $\frac{v_0}{g}$ β) $\frac{2v_0}{g}$ γ) $\frac{v_0}{2g}$

(β) $v_y = 2v_x \Rightarrow gt = 2v_0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$

17. #16085 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος με ταχύτητα μέτρου v_0 . Ο χρόνος που περνά για να γίνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ίσο με $3v_0$ είναι ίσος με:

(α) $t = \frac{v_0\sqrt{2}}{g}$ (β) $t = \frac{2v_0\sqrt{2}}{g}$ (γ) $t = v_0$

(β) Ισχύει πάντα ότι $v_x = v_0$ και $v_y = gt$

$v = 3v_0 \Rightarrow \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3v_0 \Rightarrow v_0^2 + v_y^2 = 9v_0^2 \Rightarrow gt = \sqrt{8}v_0 \Rightarrow t = \frac{2v_0\sqrt{2}}{g}$

18. #16264 Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα v_0 . Κάποια στιγμή η οριζόντια μετατόπιση x έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση y . Τη στιγμή αυτή, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο: (α) $v_0 \cdot \sqrt{3}$, (β) $v_0 \cdot \sqrt{5}$ (γ) $v_0 \cdot \sqrt{7}$

(β) $y = x \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = v_0t \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$. $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 \frac{4v_0^2}{g^2}} = v_0\sqrt{5}$

19. #16206 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H από το έδαφος βάλλεται οριζόντια ένα σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 , έχοντας κινητική ενέργεια K_0 (η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με τιμή g και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα). Τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος είναι διπλάσια από την αρχική, το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι v_y και της οριζόντιας συνιστώσας είναι v_x . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων v_x/v_y του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με: (α) $1/2$, (β) 2 , (γ) 1

(γ) Κάθε στιγμή $v_x = v_0$. $K = 2K_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 2 \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_x^2 + v_y^2 = 2v_x^2 \Rightarrow v_y = v_x$

20. #21440 Μία μικρή σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα v_0 από ύψος h . Το μέτρο της ταχύτητάς της όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίσο με $2 \cdot v_0$. Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκε η

σφαίρα δίνεται από τη σχέση: (α) $h = \frac{v_0^2}{2g}$, (β) $h = \frac{2v_0^2}{3g}$, (γ) $h = \frac{3v_0^2}{2g}$

(β) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ και $v_{εδ} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2t_{ολ}^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 \left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^2} = 2v_0 \Rightarrow h = \frac{3v_0^2}{2g}$

ΘΕΩΡΙΑ-----

21. # 16639 Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_0 από μικρό ύψος h . Η τροχιά που θα διαγράψει το σώμα θα είναι παραβολή εάν:

(α) στο σώμα ασκούνται η βαρυτική δύναμη και η αντίσταση του αέρα .

(β) η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του.

(γ) η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.

(β) η προϋπόθεση οριζόντιας βολής είναι η μόνη δύναμη να είναι το βάρος.

22. #16871 Από ύψος H πάνω από οριζόντιο δάπεδο και σε συγκεκριμένο τόπο, πετάμε μια μικρή σφαίρα, με οριζόντια αρχική ταχύτητα v_0 . Αν οι αντιστάσεις του αέρα αγνοηθούν, η τελική ταχύτητα

της σφαίρας όταν φτάνει στο δάπεδο, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία ϕ , η οποία είναι:
 (α) ανεξάρτητη από το μέτρο v_0 της αρχικής ταχύτητας. (β) εξαρτώμενη από το μέτρο v_0 της αρχικής ταχύτητας. (γ) πάντα ίση με 45°

$$\text{(β) } \varepsilon\phi\varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0 t} = \frac{g}{v_0} \text{ άρα εξαρτώμενη από } v_0$$

23. #21668 Δύο παιδιά, η Μαρία και η Γεωργία, παίζουν στην ακροθαλασσιά πετώντας πέτρες. Κάποια στιγμή τα δύο παιδιά πετούν ταυτοχρόνως, από το ίδιο ύψος H από την επιφάνεια της θάλασσας, από μία πέτρα με οριζόντια ταχύτητα \vec{v}_M και $\vec{v}_Γ$ αντίστοιχα. Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει $v_M > v_Γ$. Κατά την κίνηση, h_M και $h_Γ$ είναι τα ύψη από την επιφάνεια της θάλασσας που βρίσκονται τη χρονική στιγμή t η πέτρα της Μαρίας και αυτή της Γεωργίας αντίστοιχα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Για τα ύψη h_M και $h_Γ$ κάθε χρονική στιγμή ισχύει: (α) $h_M < h_Γ$, (β) $h_M = h_Γ$, (γ) $h_M > h_Γ$

$$\text{(β) } y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = H - y = H - \frac{1}{2}gt^2 \text{ Αφού το } t \text{ και το } H \text{ είναι ίδια είναι ίδιο και το } h \text{ από επιφάνεια}$$