Από το φυλλάδιο θεωρίας αξίζει προκαταρκτικά να λύσουμε τα ερωτήματα επίλυσης τύπων θεωρητικά με βάση τις αρχικές καθοριστικές συνθήκες υ_0, H.

1. Δ: $[H, x_{o\lambda}]$. Ζ: $\upsilon_0 =$; Λύση. $x_{o\lambda} = \upsilon_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}} \Rightarrow \upsilon_0 = x_{o\lambda}\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$
2. Δ: $[\upsilon_0, x_{o\lambda}]$. Ζ: $H =$; Λύση $x_{o\lambda} = \upsilon_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}} \Rightarrow H = \dfrac{g x_{o\lambda}^2}{2\upsilon_0^2}$
3. Δ: $[H, \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}]$. Ζ: $\upsilon_0 =$; Λύση $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH} \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - 2gH}$
4. Δ: $[\upsilon_0, \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}]$. Ζ: $H =$; Λύση $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH} \Rightarrow H = \dfrac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \upsilon_0^2}{2g}$
5. $[H, \theta_{\tau\varepsilon\lambda}]$. Ζ: $\upsilon_0 =$; Λύση $\varepsilon\varphi\theta_{\tau\varepsilon\lambda} = \dfrac{\sqrt{2gH}}{\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_0 = \dfrac{\sqrt{2gH}}{\varepsilon\varphi\theta_{\tau\varepsilon\lambda}}$
6. $[\upsilon_0, \theta_{\tau\varepsilon\lambda}]$. Ζ: $H =$; Λύση $\varepsilon\varphi\theta_{\tau\varepsilon\lambda} = \dfrac{\sqrt{2gH}}{\upsilon_0} \Rightarrow H = \dfrac{\varepsilon\varphi^2\theta_{\tau\varepsilon\lambda}\cdot \upsilon_0^2}{2g}$

1. **#21421** Σώμα βρίσκεται στην άκρη της οριζόντιας επιφάνειας ενός τραπεζιού σε ύψος h. Την χρονική στιγμή t = 0 δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα u_0 και αυτό εκτελεί οριζόντια βολή. Το σώμα φτάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}4s$ έχοντας μετατοπιστεί οριζόντια κατά $s_{max} = 4m$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$ και η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα.

4.1. Να υπολογίσετε το ύψος h του τραπεζιού. (6Μ)

$$H = \frac{1}{2}gt_{o\lambda}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt_1^2 = 0{,}8m$$

4.2. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το σώμα. (6Μ)

$$x_{o\lambda} = \upsilon_0 t_{o\lambda} \Rightarrow s_{max} = \upsilon_0 t_1 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{s_{max}}{t_1} = 10m/s$$

4.3. Εξετάστε αν σε κάποιο σημείο της τροχιάς της κίνησης του σώματος, εκτός από το σημείο εκτόξευσης, η οριζόντια και η κατακόρυφη θέση του σώματος έχουν το ίδιο μέτρο. (6Μ)

$x = y \Rightarrow \upsilon_0 t = \dfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \dfrac{2\upsilon_0}{g} = 2s$ (είναι μεγαλύτερο από το χρόνο πτώσης άρα όχι).

4.4. Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα, τη χρονική στιγμή που η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητάς του έχει πενταπλάσιο μέτρο από την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας. (7Μ)

$$\upsilon_x = 5\upsilon_y \Rightarrow \upsilon_0 = 5gt^* \Rightarrow t^* = \frac{\upsilon_0}{5g} = 0{,}2s \quad h^* = H - \frac{1}{2}gt^2 = 0{,}8 - \frac{1}{2}10\cdot 0{,}2^2 = 0{,}6m$$

2. **#20108** Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $H = 125m$, σε σχέση με το έδαφος, με αρχική ταχύτητα u_0. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10m/s^2$, να προσδιορίσετε:
4.1. το χρόνο που χρειάστηκε για να φθάσει στο έδαφος. (5M)

$$t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 5s$$

4.2. Αν η οριζόντια απόσταση, που διήνυσε μέχρι να φτάσει στο έδαφος, είναι $S = 50\ m$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε. (5M)

$$x_{o\lambda} = \upsilon_0 t_{o\lambda} \Rightarrow S = \upsilon_0 t_{o\lambda} \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{S}{t_{o\lambda}} = 10m/s$$

4.3. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος. (7M)

$$\upsilon_{\tau\epsilon\lambda} = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH} = \sqrt{2600}m/s$$

4.4. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα περνάει από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 25m$ από το έδαφος; (8M)

$$h_1 = H - \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{2\frac{H - h_1}{g}} = \sqrt{20}s$$

Να θεωρήσετε ότι στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του.

3. **#16136** Σφαίρα μάζας $m = 0{,}1$Kg βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 20m/s$ από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους h από το έδαφος. Όταν πέφτει στο έδαφος η σφαίρα η ταχύτητά της σχηματίζει με αυτό γωνία $\varphi = 45^o$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα).
4.1. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας όταν φτάνει στο έδαφος. (6M)

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{y,\tau\epsilon\lambda}}{\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_{y,\tau\epsilon\lambda} = \varepsilon\varphi\varphi \cdot \upsilon_0 = 20m/s$$

$$K_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon_{\tau\epsilon\lambda}^2 = \frac{1}{2}m(\upsilon_0^2 + \upsilon_{y,\tau\epsilon\lambda}^2) = 40J$$

4.2. Να βρεθεί το ύψος h του κτιρίου. (6M)

$$\varepsilon\varphi\theta_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{\sqrt{2gH}}{\upsilon_0} \Rightarrow H = \frac{\varepsilon\varphi^2\theta_{\tau\epsilon\lambda} \cdot \upsilon_0^2}{2g} = \frac{1 \cdot 400}{2 \cdot 10} = 40m$$

4.3. Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$. Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρήσετε το έδαφος. (6M)

$$U = mgh = mg(H - \frac{1}{2}gt^2) = 35J$$

4.4. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2, όπου η οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας είναι οκταπλάσια της κατακόρυφης μετατόπισής της (7M)

$$x = 8y \Rightarrow \upsilon_0 t_2 = 8\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{\upsilon_0}{4g} = 0{,}5s$$

$$K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m(\upsilon_0^2 + \upsilon_{y,2}^2) = \frac{1}{2}m(\upsilon_0^2 + (gt_2)^2) = 21{,}25J$$

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$, $\varepsilon\varphi 45^o = 1$