

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΚΛΑΣΜΑΤΑ- ΦΥΣΙΚΟΙ ΚΑΙ
ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Οι 4 πράξεις στα κλάσματα

Πρόσθεση

1. μετατρέπουμε τα κλάσματα σε **ομώνυμα**
2. προσθέτουμε τους αριθμητές
3. κρατάμε τον **ίδιο** παρονομαστή

$$\text{Ε.Κ.Π.}(5,4)=20$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$$

Αφαίρεση

1. μετατρέπουμε τα κλάσματα σε **ομώνυμα**
2. αφαιρούμε τους αριθμητές
3. κρατάμε τον **ίδιο** παρονομαστή

$$\text{Ε.Κ.Π.}(18,9)=18$$

$$\frac{11}{18} - \frac{1}{9} = \frac{11}{18} - \frac{1 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{11}{18} - \frac{2}{18} = \frac{9}{18}$$



Πολλαπλασιασμός

1. πολλαπλασιάζουμε: **αριθμητή με αριθμητή** και **παρονομαστή με παρονομαστή**

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20} \text{ ή } \frac{3}{10}$$

Διαίρεση

1. αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα
2. ακολουθούμε την διαδικασία του **πολλαπλασιασμού**

$$\frac{5}{12} : \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{1} = \frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 1} = \frac{15}{12} \text{ ή } \frac{5}{4}$$



Πρόσθεση Κλασμάτων

- › Για να προσθέσουμε δύο κλάσματα πρέπει να τα κάνουμε ομώνυμα. Πρέπει δηλαδή να έχουν ίδιους παρονομαστές
- › Εδώ εφαρμόζεται η γνωστή διαδικασία με τα καπελάκια:

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \overset{\boxed{3}}{\frac{1}{2}} + \overset{\boxed{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{ΕΚΠ}(2,3)=6$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \overset{\boxed{1}}{\frac{3}{4}} + \overset{\boxed{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} \quad \text{ΕΚΠ}(2,4)=4$$

Διαίρεση κλάσματος με κλάσμα

- Για να διαιρέσουμε δυο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και αντί για διαίρεση κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\text{Πχ } \frac{3}{4} : \frac{6}{9} = \frac{3}{4} * \frac{9}{6} = \frac{3*9}{4*6} = \frac{27}{24} = 1 \frac{3}{24}$$

ΑΠΟ ΜΕΙΚΤΟ ΣΕ ΚΛΑΣΜΑ

Ας δούμε πώς μπορούμε να μετατρέψουμε έναν μεικτό αριθμό σε κλάσμα.

$$2 \frac{2}{5} = \frac{12}{5} \quad (2 \times 5) + 2 = 12$$

- Α) ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΩ ΤΟΝ ΑΚΕΡΑΙΟ ΜΕ ΤΟΝ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗ
- Β) ΚΑΙ ΣΕ ΑΥΤΟ ΠΟΥ ΒΡΙΣΚΩ ΠΡΟΣΘΕΤΩ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΗΤΗ
- Γ) ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗΣ ΜΕΝΕΙ Ο ΙΔΙΟΣ

Μετατροπή μεικτού σε κλάσμα

$$\begin{array}{c} + \quad 20 + 2 \\ \curvearrowright \\ 4 \frac{2}{5} = \frac{22}{5} \\ \curvearrowleft \\ \times \quad 20 \end{array}$$

- Αφήνουμε τον ίδιο παρονομαστή.
- Πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο του μεικτού με τον παρονομαστή.
- Στο γινόμενο προσθέτουμε τον αριθμητή του μεικτού.



Πώς φτιάχνουμε ισοδύναμα κλάσματα;

*Για να φτιάξουμε ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε **και** τον αριθμητή **και** τον παρονομαστή ενός κλάσματος με τον **ίδιο φυσικό αριθμό**. π.χ.*

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \bullet 4}{3 \bullet 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{12}{24} = \frac{12 \div 2}{24 \div 2} = \frac{6}{12} = \frac{6 \div 3}{12 \div 3} = \frac{2}{4}$$

Πρόβλημα 1° : Ο Πέτρος έχει στον κουμπαρά του 300 €. Ξόδεψε τα $\frac{4}{5}$ των χρημάτων του για να αγοράσει σχολικά είδη. Πόσα χρήματα ξόδεψε;

Λύση με αναγωγή στην κλασματική μονάδα

- **1° βήμα:** Τα $\frac{5}{5}$ είναι 300 €
- **2° βήμα:** Το $\frac{1}{5}$ θα είναι $300 : 5 = 60$ €.
- **3° βήμα:** Τα $\frac{4}{5}$ θα είναι $4 \times 60 = 240$ €
- Άρα ο Πέτρος ξόδεψε 240 €

Λύση με Πολλαπλασιασμό

- Όταν γνωρίζουμε την τιμή του όλου και θέλουμε να υπολογίσουμε την τιμή ενός μέρους του κάνουμε πολλαπλασιασμό.
- $\frac{4}{5} \times 300 = \frac{4}{5} \times \frac{300}{1} = \frac{1200}{5} = 240$ €
- Άρα ο Πέτρος ξόδεψε 240 €

ΤΡΟΠΟΙ ΕΠΛΥΣΗΣ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ

Κάνω πάντα αφαίρεση

$$x + 2 = 6$$

$$x = 6 - 2$$

$$x = 4$$

$$3 + x = 7$$

$$x = 7 - 3$$

$$x = 4$$

ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Πρώτο το x; Κάνω πρόσθεση

$$x - 2 = 6$$

$$x = 6 + 2$$

$$x = 8$$

Δεύτερο το x; Κάνω Αφαίρεση

$$3 - x = 1$$

$$x = 3 - 1$$

$$x = 2$$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

Κάνω πάντα διαίρεση

$$x \cdot 2 = 16$$

$$x = 16 : 2$$

$$x = 8$$

$$10 \cdot x = 40$$

$$x = 40 : 10$$

$$x = 4$$

ΔΙΑΙΡΕΣΗ

Πρώτο το x; Κάνω πρόσθεση

$$x : 2 = 30$$

$$x = 30 \cdot 2$$

$$x = 60$$

Δεύτερο το x; Κάνω Διαίρεση

$$12 : x = 6$$

$$x = 12 : 6$$

$$x = 2$$

Πώς βρίσκω το Μ.Κ.Δ.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να βρω τον Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσότερων αριθμών. Παρακάτω αναφέρονται τρεις από αυτούς. Τους διαβάζω όλους, αλλά χρησιμοποιώ αυτόν που κατανόησα καλύτερα

Α' τρόπος

Για να βρω το Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσότερων αριθμών, βρίσκω τους διαιρέτες των αριθμών αυτών και μετά από τους κοινούς διαιρέτες επιλέγω τον μεγαλύτερο.

π.χ. Να βρω το Μ.Κ.Δ. (20, 25, 30) =

Διαιρέτες του 20 : 1, 2, 4, 5, 10, 20.

Διαιρέτες του 25 : 1, 5, 25.

Διαιρέτες του 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Κοινοί διαιρέτες : 1, 5. Άρα λοιπόν Μ.Κ.Δ. (20, 25, 30) = 5

Πώς βρίσκουμε τον ΜΚΔ;

Τρόπος Α'

$$\text{Μ.Κ.Δ. (12, 18, 24)} = ;$$

- Βρίσκω τους διαιρέτες του 12, του 18 και του 24:
 $\Delta_{12} = 1, 2, 3, 4, 6, 12$
 $\Delta_{18} = 1, 2, 3, 6, 9, 18$
 $\Delta_{24} = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$
- Βρίσκω τους κοινούς διαιρέτες των 12, 18 και 24:
Κοινοί Διαιρέτες: 1, 2, 3, 6
- Εντοπίζω τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη, που είναι ο αριθμός 6. Άρα $\text{Μ.Κ.Δ.}(12,18,24) = 6$

Β' τρόπος

Για να βρω το Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσότερων αριθμών, τους γράφω πρώτα σε οριζόντια διάταξη.

Στη συνέχεια, κατεβάζω τον μικρότερο από αυτούς (στη συγκεκριμένη περίπτωση το 20) και τον διαιρώ με τους άλλους αριθμούς. Κάτω από κάθε ένα αριθμό από τους άλλους γράφω το υπόλοιπο της διαίρεσης, δηλ. $25:20=1$, υπόλοιπο 5 και $30:20=1$, υπόλοιπο 10. Στη συνέχεια κατεβάζω πάλι τον μικρότερο από αυτούς (στη συγκεκριμένη περίπτωση το 5) και τον διαιρώ με τους άλλους αριθμούς. Κάτω από κάθε ένα αριθμό από τους άλλους γράφω το υπόλοιπο της διαίρεσης, δηλ. $20:5=4$, υπόλοιπο 0 και $10:5=2$, υπόλοιπο 0.

Όταν μείνει μόνο ένας αριθμός και οι υπόλοιποι είναι 0, αυτός είναι ο ΜΚΔ.

$$\text{Μ.Κ.Δ. } (20, 25, 30) = 5.$$

20	25	30
20	5	10
0	5	0

Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

«Σημαδεύω» το ψηφίο στο οποίο θα γίνει η στρογγυλοποίηση. Παρατηρούμε το ψηφίο που βρίσκεται δεξιά του. Αν αυτό το ψηφίο στα δεξιά είναι:

0 ή 1 ή 2 ή 3 ή 4

(δηλαδή λιγότερο από 5), τότε από εκεί κι έπειτα όλα τα ψηφία μηδενίζονται και το ψηφίο στο οποίο κάναμε στρογγυλοποίηση καθώς και όλα τα μπροστινά του τα ξαναγράφουμε όπως είναι.

17.619 $1 < 5$ 17.600

5 ή 6 ή 7 ή 8 ή 9

(δηλαδή από 5 και πάνω), τότε από εκεί κι έπειτα όλα τα ψηφία μηδενίζονται ενώ το ψηφίο της στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά μία μονάδα.

18,741 $7 > 5$ 19,000



Κριτήρια διαιρετότητας

1. Ένας αριθμός διαιρείται με το 10, το 100, το 1000, ..., αν τελειώνει σε ένα, δύο, τρία, ... μηδενικά αντίστοιχα.

2. Ένας αριθμός διαιρείται με το 2, αν τελειώνει σε 0, 2, 4, 6, 8.

3. Ένας αριθμός διαιρείται με το 5, αν τελειώνει σε 0 ή σε 5.

4. Ένας αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή με το 9.

5. Ένας αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25, αν το τελευταίο διψήφιο τμήμα του διαιρείται με το 4 ή με το 25.

Οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2 λέγονται άρτιοι (ζυγοί) αριθμοί ενώ οι υπόλοιποι λέγονται περιττοί (μονοί).

Δυνάμεις

Ενότητα 1

Απάντησε στις ερωτήσεις του κεφαλαίου

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

εκθέτης



βάση



© Έσοδα Γάλλων

Σειρά των πράξεων

A  (οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις)

B  πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις

Γ  προσθέσεις και αφαιρέσεις

Ας βρούμε το αποτέλεσμα:

$$7 + 3 * 6 - 5 * 3 + (20 : 5) - 5 =$$

- ▶ Κάνουμε πρώτα την πράξη στην **παρένθεση**:

$$7 + 3 * 6 - 5 * 3 + 4 - 5 =$$

- ▶ Μετά λύνουμε **πολλαπλασιασμούς** και **διαιρέσεις**, από **αριστερά** προς τα **δεξιά**:

$$7 + 18 - 15 + 4 - 5 =$$

- ▶ Τέλος σειρά έχουν οι **προσθέσεις** και οι **αφαιρέσεις**, από **αριστερά** προς τα **δεξιά**:

$$25 - 15 + 4 - 5 =$$

$$10 + 4 - 5 =$$

$$14 - 5 = 9$$