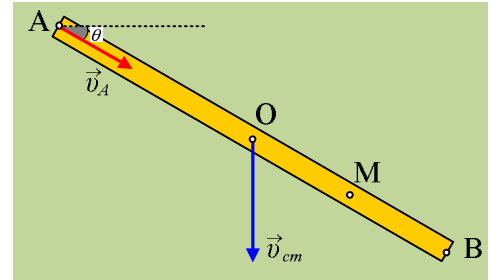


3.1. Κινηματική στερεού. Ομάδα Δ.

3.1.41. Η ράβδος πέφτει κατακόρυφα

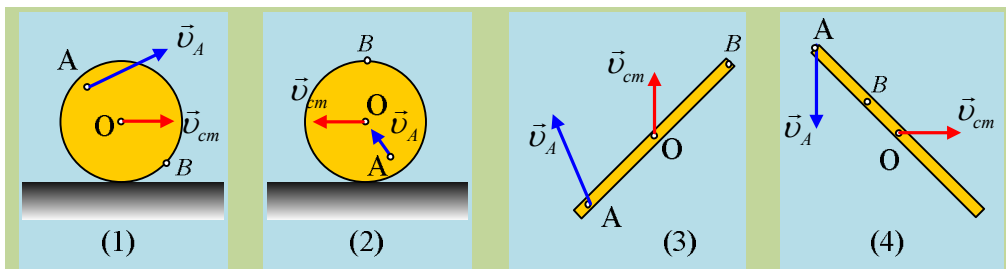
Μια λεπτή ομογενής ράβδος AB, μήκους 4m, πέφτει κατακόρυφα και σε μια στιγμή σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ ($\eta\mu\theta=0,6$), ενώ το άκρο της A έχει ταχύτητα όπως στο σχήμα, με κατεύθυνση προς το άκρο B και μέτρο $v_A=3\text{m/s}$.



- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας O της ράβδου καθώς και η γωνιακή της ταχύτητα.
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου M της OB.

3.1.42. Ξεκινώντας από τις ταχύτητες δύο σημείων

Στο σχήμα δίνονται 4 περιπτώσεις στερεών. Στις δυο πρώτες περιπτώσεις ένας ομογενής τροχός κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ στις δύο τελευταίες (τα σχήματα σε κάτοψη), μια ομογενής ράβδος κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.



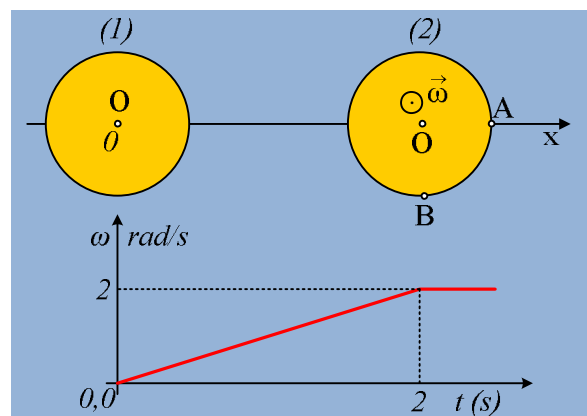
Στα σχήματα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες του κέντρου μάζας O και ενός σημείου A, κάθε στερεού. Για καθεμία από τις 4 περιπτώσεις:

- α) Να σημειώστε πάνω στο σχήμα το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής.
- β) Να σχεδιάσετε την ταχύτητα του σημείου B.

Να δώσετε σύντομες δικαιολογήσεις.

3.1.43. Ένας πλαγιασμένος δίσκος κινείται

Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος ακτίνας $R=0,5\text{m}$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με το κέντρο του O στην αρχή $x=0$ ενός οριζόντιου άξονα x' , στη θέση (1). Σε μια στιγμή δέχεται ένα κατάλληλο συνδυασμό ροπής και δύναμης, με αποτέλεσμα να αποκτά μια σταθερή επιτά-

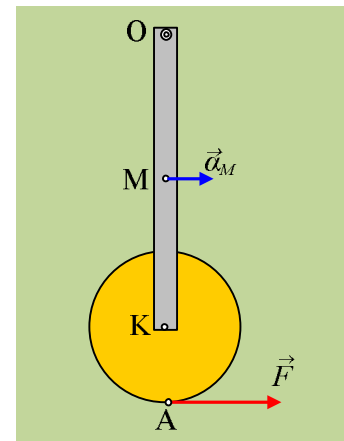


χυνση κέντρου μάζας και να κινείται κατά μήκος του άξονα x , ενώ ταυτόχρονα αρχίζει να περιστρέφεται με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού και στο διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της γωνιακής του ταχύτητας, η οποία τη στιγμή $t_1=2s$ όπου το κέντρο O έχει φτάσει στη θέση (2) σταθεροποιείται. Αν μόλις σταθεροποιηθεί η γωνιακή ταχύτητα μηδενίζεται η επιτάχυνση του σημείου A (η ακτίνα OA βρίσκεται πάνω στον άξονα x), ζητούνται:

- Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.
- Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας O , καθώς και η απόσταση μεταξύ των θέσεων (1) και (2).
- Η ταχύτητα του σημείου A τη στιγμή $t=2s$, καθώς και η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου B , όπου η ακτίνα OB είναι κάθετη στην OA , τη στιγμή που μηδενίζεται η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

3.1.44. Ένα σύστημα αρχίζει να στρέφεται

Ένας ομογενής δίσκος κέντρου K και ακτίνας $R=1m$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άρθρωση στο άκρο K μιας ράβδου (OK) μήκους $l=4m$, η οποία μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από σταθερό άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της O . Το σύστημα ηρεμεί με την ράβδο κατακόρυφη. Τυλίγουμε στο δίσκο ένα αβαρές νήμα και σε μια στιγμή ασκούμε μια κατάλληλη οριζόντια δύναμη στο δίσκο, με αποτέλεσμα αμέσως μετά μόλις ασκηθεί η δύναμη F , ο δίσκος να αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,1}=5\text{rad/s}^2$ αρχίζοντας να περιστρέφεται αριστερόστροφα, ενώ ταυτόχρονα το μέσον M της ράβδου αποκτά οριζόντια επιτάχυνση $a_M=1\text{m/s}^2$.

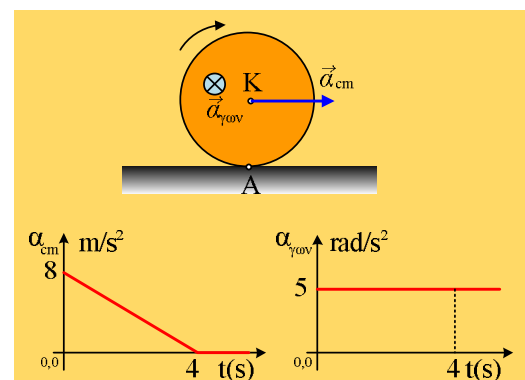


- Να σημειωθεί στο σχήμα η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου, για την περιστροφή του γύρω από τον άξονα στο άκρο K της ράβδου, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση για την περιστροφή της ράβδου.
- Να βρεθεί η επιτάχυνση του σημείου A , στην περιφέρεια του δίσκου και στην προέκταση της ράβδου.
- Ποια είναι αντίστοιχα η αρχική επιτάχυνση του αντιδιαμετρικού σημείου του A (σημείο B);

3.1.45. Η σύνθετη κίνηση ενός τροχού

Ένας τροχός ακτίνας $R=0,8m$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή $t_0=0$ τίθεται σε κίνηση αποκτώντας επιτάχυνση κέντρου μάζας K , όπως στο πρώτο από τα διπλανά διαγράμματα και γωνιακή επιτάχυνση, όπως στο δεύτερο διάγραμμα, με κατευθύνσεις όπως στο σχήμα.

Να βρεθούν η ταχύτητα και η οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής του τροχού με το επίπεδο, σημείου A , τις χρονικές στιγμές:

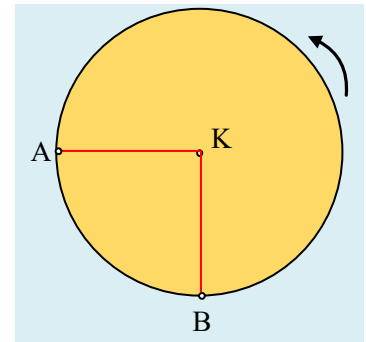


- $t_1=2s$, ii) $t_2=4^+(s)$ και iii) $t_3=5s$.

(η στιγμή $t_2=4^+s$ είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από τη στιγμή $4s$, οπότε έχει μηδενιστεί η επιτάχυνση του K .)

3.1.46. Ομαλή στροφική κίνηση και το σπάσιμο του άξονα

Ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα $R=4\text{m}$, στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=(\pi/2)\text{rad/s}$ γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του K . Δύο σημεία A και B βρίσκονται στα άκρα δύο καθέτων ακτινών και σε μια στιγμή, την οποία παίρνουμε ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$), βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα, όπου η ακτίνα AK είναι οριζόντια.

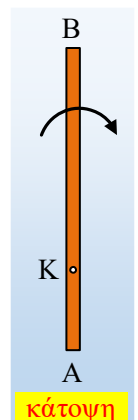


- Να βρεθούν οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των σημείων A και B τη στιγμή $t=0$.
- Τη χρονική στιγμή $t_1=4,6\text{s}$ ο άξονας περιστροφής σπάει, με αποτέλεσμα ο δίσκος να πέφτει ελεύθερα, Για την στιγμή $t_2=5\text{s}$, ζητούνται:
 - Οι θέσεις των σημείων A και B .
 - Οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των δύο σημείων.

Δίνεται ότι το επίπεδο του δίσκου είναι πάντα κατακόρυφο και ότι η γωνιακή ταχύτητά του παραμένει σταθερή, μετά το σπάσιμο του άξονα, ενώ $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2\approx 10$.

3.1.47. Μια επιταχυνόμενη κίνηση ράβδου

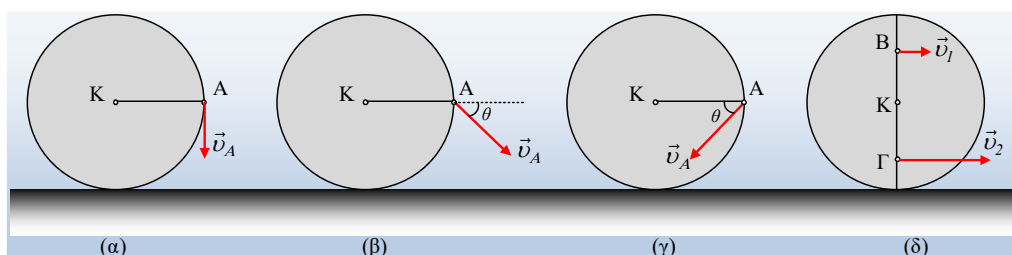
Η ράβδος AB του σχήματος, μήκους $\ell=2\text{m}$ κινείται οριζόντια πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στρεφόμενη με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από κατακόρυφο άξονα z , ο οποίος περνά από το σημείο K , όπου $(AK)=\frac{1}{4}\ell$, με φορά των δεικτών του ρολογιού. Ο άξονας z κινείται ευθύγραμμα και θεωρώντας την στιγμή που η ράβδος βρίσκεται στη θέση του σχήματος, ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t_0=0$), η ταχύτητα του άξονα μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, σύμφωνα με την εξίσωση $v_K=1+(2/\pi)t$ (S.I.). Αν τη στιγμή $t=0$ το άκρο A της ράβδου έχει μηδενική ταχύτητα, να βρεθούν:



- Η κατεύθυνση της ταχύτητας του άξονα z .
- Η ταχύτητα του άκρου B , τη στιγμή $t_0=0$.
- Η ταχύτητα και η μετατόπιση του άκρου A , μόλις η ράβδος ολοκληρώσει μια περιστροφή, τη στιγμή t_1 .
- Η ταχύτητα του άκρου B τη χρονική στιγμή $t_2=(5\pi/4)\text{s}$.

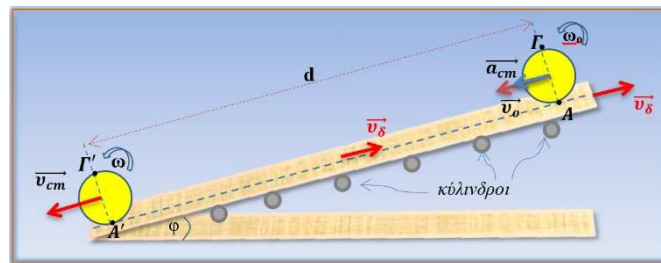
3.1.48. Ελέγχοντας 4 δίσκους για κύλιση.

Ένας ομογενής δίσκος κέντρου K κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και το σημείο A , είναι στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας (στα σχήματα α , β και γ). Στο σχήμα (δ) τα σημεία B και Γ είναι πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο και ισαπέχουν του κέντρου K .



- i) Τι κίνηση πραγματοποιεί ο δίσκος του (α) σχήματος, όπου η ταχύτητα v_A είναι κατακόρυφη;
- ii) Στο σχήμα (β), αν $\theta=45^\circ$, να εξηγήσετε γιατί ο δίσκος κυλιέται προς τα δεξιά.
- iii) Στο σχήμα (γ), αν $\theta=45^\circ$, να εξετάσετε αν ο δίσκος κυλιέται ή όχι.
- iv) Οι ταχύτητες των σημείων Β και Γ του δίσκου του (δ) σχήματος, είναι οριζόντιες με μέτρα $v_1=1\text{m/s}$ και $v_2=3\text{m/s}$ αντίστοιχα. Τότε ο δίσκος:
- κινείται προς τα δεξιά και στρέφεται δεξιόστροφα.
 - Έχει ταχύτητα v_{cm} προς τα δεξιά και στρέφεται αριστερόστροφα.
 - Κινείται προς τα αριστερά και στρέφεται δεξιόστροφα.
 - Έχει ταχύτητα v_{cm} προς τα αριστερά και στρέφεται αριστερόστροφα.
- Ποια από τα παραπάνω ενδεχόμενα μπορεί να ισχύουν; Μήπως ο δίσκος αυτός κυλιέται;

3.1.49. Κόλιση πάνω σε κυλιόμενο διάδρομο



Σε supermarket υπάρχουν κυλιόμενοι διάδρομοι ανόδου και καθόδου κλίσης φ (ημφ=0,6, συνφ=0,8), που κινούνται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_\delta = 1\text{m/s}$, το μήκος τους είναι $d=8\text{m}$ και κυλινδρικοί χωρίς ολίσθηση πάνω σε κυλίνδρους σταθερού οριζόντιου άξονα, και η διάμετρος τους είναι $\delta=6\text{cm}$. Ένα αγόρι, που αγόρασε μια μπάλα ακτίνας $R=0,1\text{m}$, την αφήνει πάνω στο διάδρομο, και αφού ολισθήσει για πολύ λίγο, αρχίζει να κυλάει χωρίς ολίσθηση από ένα σημείο Α του πάνω άκρου του διαδρόμου ανόδου, τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 και αρχική ταχύτητα $v_0=0,4\text{m/s}$ του κέντρου της. Παρατηρεί ότι φτάνει στο κάτω άκρο τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$ διανύοντας το μήκος $d=8\text{m}$ του διαδρόμου κινούμενη με σταθερή επιτάχυνση του κέντρου της.

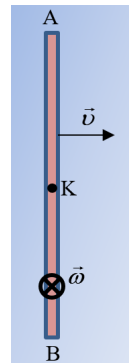
1. Ποια σχέση συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων: $v_A = v_\delta$ του κυλιόμενου διαδρόμου, του του κέντρου Κ της μπάλας v_{cm} και της γραμμικής ταχύτητας $v_{\gamma\rho.(A)}$; Ποια σχέση συνδέει το μέτρο της επιτάχυνσης $\overline{a_{cm}}$ με το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης $\overline{a_{\gamma\omega\omega}}$ και την ακτίνα R ; Δικαιολογήστε. Κατόπιν υπολογίστε την αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 , το μέτρο της επιτάχυνσης $\overline{a_{cm}}$ του κέντρου της καθώς και τη γωνιακή επιτάχυνση $\overline{a_{\gamma\omega\omega}}$.
2. Υπολογίστε την ταχύτητα του κέντρου της v_{cm} καθώς και την γωνιακή ταχύτητα ω τη στιγμή που φτάνει στο κάτω άκρο του κυλιόμενου διαδρόμου.
3. Υπολογίστε τον αριθμό περιστροφών N της μπάλας, καθώς και του κάθε κυλίνδρου στο χρόνο καθόδου της μπάλας.
4. i) Υπολογίστε την ταχύτητα του σημείου Γ' , αντιδιαμετρικού του σημείου επαφής A' , τη στιγμή που έχει φτάσει στο κάτω άκρο του διαδρόμου.
ii) Βρείτε τις θέσεις M και N δύο σημείων της επιφάνειας της μπάλας, που βρίσκονται στον κατακόρυφο κύκλο που διέρχεται από το κέντρο Κ, και έχουν ταχύτητα μέτρου όσο και το κέντρο της μπάλας στην κατώτερη θέση και τη στιγμή που έχει κατέλθει.

Τη στιγμή που τοποθετούμε την μπάλα στον κυλιόμενο διάδρομο, αναπτύσσεται τριβή ολίσθησης και η μπάλα αποκτά την ταχύτητα $v_0=0,4 \text{ m/s}$ και γωνιακή ταχύτητα ω_0 , διανύοντας πολύ μικρή απόσταση $\Delta x_0 = \frac{2}{45} \text{ m}$ προς τα κάτω, και κατόπιν αρχίζει την κύλισή της χωρίς ολίσθηση.

5. Υπολογίστε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της a_0 καθώς και την γωνιακή επιτάχυνση $a_{0,\gamma\omega\nu}$ στο μικρό χρονικό διάστημα της ολίσθησής της.

3.1.50. Μια ράβδος κινείται σε παγοδρόμιο

Στην οριζόντια επιφάνεια παγοδρομίου (μηδενική τριβή), κινείται μια ράβδος AB, μήκους $L = 2\text{m}$. Το μέσον K της ράβδου έχει σταθερή ταχύτητα μέτρου $v = 1\text{m/s}$ ενώ ταυτόχρονα η ράβδος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega = 2\text{rad/s}$, κάθετης στο οριζόντιο επίπεδο, με φορά προς το έδαφος. Η κάτοψη της ράβδου, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, είναι όπως φαίνεται στο σχήμα.



i) Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται ως προς κατακόρυφο άξονα, κάθετο στη ράβδο, που

- διέρχεται από το μέσον K της ράβδου
- διέρχεται από το άκρο A
- μπορεί να διέρχεται από οποιοδήποτε σημείο της ράβδου.

ii) Θεωρείστε τον άξονα περιστροφής να διέρχεται από το μέσον K της ράβδου. Τη χρονική στιγμή t_0 υπολογίστε

- τις ταχύτητες \vec{v}_A, \vec{v}_B των άκρων A, B της ράβδου.
- την ταχύτητα \vec{v}_Γ του μέσου Γ, του τμήματος AK.

iii) Θεωρείστε τον άξονα περιστροφής να διέρχεται από το μέσον Γ του τμήματος AK της ράβδου. Τη χρονική στιγμή t_0 υπολογίστε

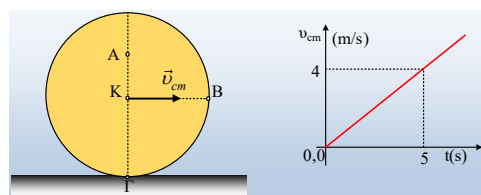
- τις ταχύτητες \vec{v}_A, \vec{v}_B των άκρων A, B της ράβδου.
- την ταχύτητα \vec{v}_K του μέσου K, της ράβδου.

Τι παρατηρείτε συγκριτικά με το ερώτημα (ii);

iv) Θεωρείστε τον άξονα περιστροφής να διέρχεται από το μέσον K της ράβδου. Τη χρονική στιγμή t_1 που η ράβδος έχει στραφεί κατά $\pi/2 \text{ rad}$:

- Σχεδιάστε τη ράβδο και βρείτε τη μετατόπιση του μέσου K της ράβδου.
- Ποιες είναι οι ταχύτητες των σημείων A και B;

3.1.51. Ένας επιταχυνόμενος δίσκος και οι επιταχύνσεις σημείων



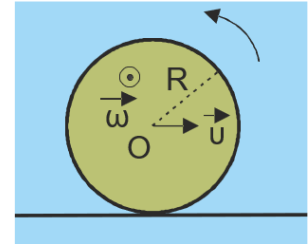
Ένας λεπτός δίσκος, ακτίνας $R=0,8\text{m}$ αρχικά ακίνητος σε οριζόντιο επίπεδο, δέχεται κατάλληλη δύναμη οπότε αρχίζει να κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει). Στο πρώτο σχήμα βλέπετε τον κυλιόμενο δίσκο, ενώ στο δεύτερο δίνεται η ταχύτητα του κέντρου του K (και κέντρου μάζας του), σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κέντρου K, καθώς και η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.
- ii) Να υπολογιστεί η οριζόντια επιτάχυνση του σημείου A, πάνω στην κατακόρυφο διάμετρο, το οποίο απέχει κατά $(KA)=r=0,4\text{m}$ από το κέντρο του δίσκου.
- iii) Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή t_1 το σημείο B, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας, έχει κατακόρυφη επιτάχυνση. Πόση είναι τη στιγμή αυτή η επιτάχυνση του σημείου Γ, στο άκρο της κατακόρυφης ακτίνας, σημείο επαφής με το οριζόντιο επίπεδο;

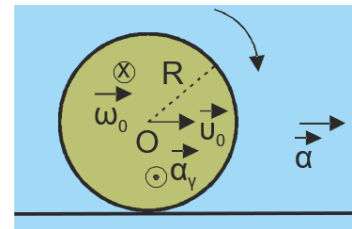
3.1.52. Μια κίνηση τροχού

Κατακόρυφος τροχός ακτίνας $R = 0,5\text{m}$ κινείται σε οριζόντιο έδαφος.

A. Ο τροχός έχει σταθερή οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v=10\text{m/s}$ προς τα δεξιά και σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega=20\text{rad/s}$ αντιωρολογιακής φοράς. Κάποιος ισχυρίζεται ότι ο τροχός εκτελεί κύλιση, εφόσον ισχύει $v = \omega \cdot R$. Συμφωνείτε ή όχι με τον ισχυρισμό αυτό;



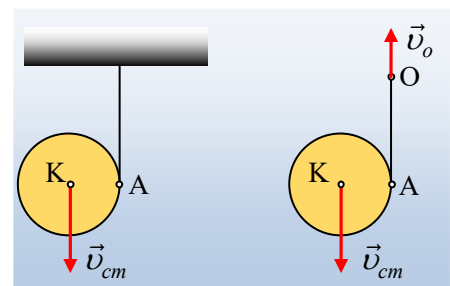
B. Σε μια άλλη περίπτωση, τη χρονική στιγμή $t = 0$ ο τροχός έχει αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10 \text{ m/s}$ προς τα δεξιά και αρχική γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0 = 50 \text{ rad/s}$ ωρολογιακής φοράς και αποκτά μεταφορική επιτάχυνση μέτρου $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ ομόρροπη της ταχύτητάς του και γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $a_\gamma = 10 \text{ rad/s}^2$ αντίρροπη της γωνιακής του ταχύτητας. Να υπολογίσετε:



- α. την ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το δάπεδο τη στιγμή $t = 0$
- β. το μέτρο της επιτάχυνσης του ανώτατου σημείου του τροχού τη στιγμή $t = 0$
- γ. να εξηγήσετε γιατί κάποια στιγμή η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το δάπεδο θα μηδενιστεί και να υπολογίσετε ποιά στιγμή θα συμβεί αυτό
- δ. το μέτρο της ταχύτητας και της οριζόντιας επιτάχυνσης ενός σημείου Σ του τροχού, που βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια ακτίνα του τροχού και βρίσκεται σε απόσταση $r = 0,25\text{m}$ δεξιά του κέντρου του τροχού τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$
- ε. την μετατόπιση του τροχού και το τόξο που διέγραψε ένα σημείο της περιφέρειάς του μέχρι τη στιγμή $t = 3\text{s}$.

3.1.53. Η σύνθετη κίνηση ενός γιο-γιο!

Γύρω από έναν κύλινδρο ακτίνας $R=0,1\text{m}$ τυλίγουμε ένα νήμα, το άλλο άκρο του οποίου δένουμε στο ταβάνι. Αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει, όποτε έχουμε τη δημιουργία ενός γιο-γιο, το οποίο στρέφεται αριστερόστροφα, ενώ πέφτει κατακόρυφα και σε μια στιγμή το κέντρο K του κυλίνδρου, έχει ταχύτητα μέτρου $v_{cm}=2\text{m/s}$.



- i) Για την θέση αυτή να υπολογιστούν:
 - α) Η ταχύτητα του σημείου A του κυλίνδρου, όπου αρχίζει να ξετυλίγεται το νήμα.
 - β) Η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.

- γ) Η ταχύτητα του σημείου B, του αντιδιαμετρικού σημείου του A.
- δ) Η επιτάχυνση του σημείου A.
- ii) Ελευθερώνουμε το νήμα από το ταβάνι και πιάνουμε με το χέρι μας το άκρο O του νήματος. Αφήνουμε ξανά τον κύλινδρο να πέσει, ενώ τραβάμε προς τα πάνω το άκρο O του νήματος. Τη στιγμή που ξανά το κέντρο K του κυλίνδρου έχει ταχύτητα $v_{cm}=2\text{m/s}$, με φορά προς τα κάτω, έχει και κατακόρυφη επιτάχυνση $a_{cm}=4\text{m/s}^2$, επίσης με φορά προς τα κάτω, το άκρο O του νήματος έχει ταχύτητα προς τα πάνω με μέτρο $v_o=4\text{m/s}$ (η ταχύτητα που κινούμε το χέρι μας) και επιτάχυνση $a_o=8\text{m/s}^2$ με κατεύθυνση επίσης προς τα πάνω. Για τη στιγμή αυτή:
- α) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.
- β) Να υπολογισθεί η ταχύτητα και η κατακόρυφη επιτάχυνση του σημείου B, του αντιδιαμετρικού σημείου του A.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...