# Ελέγχοντας 4 δίσκους για κύλιση.

Ένας ομογενής δίσκος κέντρου Κ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και το σημείο Α, είναι στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας (στα σχήματα α, β και γ). Στο σχήμα (δ) τα σημεία Β και Γ είναι πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο και ισαπέχουν του κέντρου Κ.



i) Τι κίνηση πραγματοποιεί ο δίσκος του (α) σχήματος, όπου η ταχύτητα υΑ είναι κατακόρυφη;

ii) Στο σχήμα (β), αν θ=45°, να εξηγήσετε γιατί ο δίσκος κυλίεται προς τα δεξιά.

iii) Στο σχήμα (γ), αν θ=45°, να εξετάσετε αν ο δίσκος κυλίεται ή όχι.

iv) Οι ταχύτητες των σημείων Β και Γ του δίσκου του (δ) σχήματος, είναι οριζόντιες με μέτρα υ1=1m/s και υ2=3m/s αντίστοιχα. Τότε ο δίσκος:

α) κινείται προς τα δεξιά και στρέφεται δεξιόστροφα.

β) Έχει ταχύτητα υcm προς τα δεξιά και στρέφεται αριστερόστροφα.

γ) Κινείται προς τα αριστερά και στρέφεται δεξιόστροφα.

δ) Έχει ταχύτητα υcm προς τα αριστερά και στρέφεται αριστερόστροφα.

Ποια από τα παραπάνω ενδεχόμενα μπορεί να ισχύουν; Μήπως ο δίσκος αυτός κυλίεται;

***Απάντηση:***

Θεωρούμε την κίνηση του δίσκου σύνθετη. Μια μεταφορική με ταχύτητα του κέντρου του υcm και μια στροφική γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο της σελίδας που περνά από το κέντρο του Κ με γωνιακή ταχύτητα ω. Έτσι κάθε σημείο, όπως το σημείο Ρ του σχήματος, θα έχει τις ταχύτητες που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, όπου υγρ η γραμμική ταχύτητά του λόγω της κυκλικής κίνησης του Ρ, γύρω από το Κ.

* 1. Στο σχήμα (α), ο δίσκος εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από τον άξονά του ο οποίος περνά από το κέντρο του Κ. Ισοδύναμα η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι μηδενική, αφού σε κάθε άλλη περίπτωση η ταχύτητα του σημείου Α, θα είχε και μια οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας. Εδώ η ταχύτητα του Α είναι κατακόρυφη, άρα πρόκειται για γραμμική ταχύτητα λόγω της κυκλικής κίνησης του Α, γύρω από το Κ.
  2. Στην περίπτωση του σχήματος (β) αναλύουμε την ταχύτητα του σημείου Α, σε δύο συνιστώσες.

Μια οριζόντια, η οποία είναι ίση με την ταχύτητα του κέντρου Κ, λόγω μεταφορικής κίνησης, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα θα είναι ίση με την γραμμική ταχύτητα του Α. Αλλά αφού θ=45°, το παραλληλόγραμμο των ταχυτήτων είναι τετράγωνο και υcm=υγρ.

Αν τώρα έρθουμε στο σημείο Γ, επαφής του δίσκου με το οριζόντιο επίπεδο, θα έχει τις συνιστώσες ταχύτητες που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, οπότε η ταχύτητά του είναι ίση:

*υΓ=υcm-υγρ=0* (1)

Αλλά τότε ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο επίπεδο.

Σημείωση: Η σχέση (1) γράφεται και ως:

*υcm-υγρ=0 → υcm=υγρ=ωR*

εξίσωση που συνήθως θεωρείται ως η συνθήκη για την κύλιση. Πράγμα που δεν θεωρείται απαραίτητο, αφού μπορούμε να στηριχθούμε στο ότι είναι μηδενική η ταχύτητα του σημείου Γ.

* 1. Αναλύουμε επίσης την ταχύτητα του σημείου Α, σύμφωνα με την παραπάνω λογική, παίρνοντας το διπλανό σχήμα. Αλλά τότε βλέπουμε ότι η ταχύτητα του κέντρου Κ, έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά, ενώ ο δίσκος στρέφεται δεξιόστροφα. Τότε όμως το σημείο Γ έχει και ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης και λόγω περιστροφικής κίνησης με κατεύθυνση προς τα αριστερά, οπότε η ταχύτητα του Γ είναι μη μηδενική με κατεύθυνση προς τα αριστερά και ο δίσκος δεν κυλίεται (περιστρέφεται και μεταφέρεται, αλλά δεν κυλίεται…)
  2. Ας εξετάσουμε αναλυτικά τις παρακάτω περιπτώσεις, ελέγχοντας τις ταχύτητες των σημείων Β και Γ.

α) Αν ο δίσκος κινείται προς τα δεξιά και στρέφεται δεξιόστροφα.

Τότε το σημείο Β θα έχει ταχύτητα υ1=υcm+υγρ ενώ το σημείο Γ ταχύτητα

υ2=υcm-υγρ. Με βάση τις σχέσεις αυτές θα πρέπει υΒ > υΓ, πράγμα που δεν συμβαίνει. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

β) Έχει ταχύτητα υcm προς τα δεξιά και στρέφεται αριστερόστροφα.

Στην περίπτωση αυτή υ1=υcm-υγρ ενώ το σημείο Γ ταχύτητα υ2=υcm+υγρ. Οπότε τότε υ2 > υ1, συμβατό με τις δοθείσες τιμές. Η πρόταση μας δίνει ένα σωστό ενδεχόμενο.

γ) Κινείται προς τα αριστερά και στρέφεται δεξιόστροφα.

Στην περίπτωση αυτή, θα είχαμε το πρώτο από τα παρακάτω σχήματα, από όπου προκύπτει ότι η ταχύτητα του σημείου Γ θα έπρεπε να έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά και όχι προς τα δεξιά, όπως μας έχει δοθεί. Λάθος υπόθεση.

 

δ) Έχει ταχύτητα υcm προς τα αριστερά και στρέφεται αριστερόστροφα. Στην περίπτωση αυτή έχουμε το δεξιό από τα παραπάνω σχήματα. Αλλά τότε το σημείο Β θα έπρεπε να έχει ταχύτητα προς τα αριστερά, που και πάλι δεν ισχύει. Επίσης λάθος ενδεχόμενο.

Με βάση τα παραπάνω, μόνο το β) ενδεχόμενο μπορεί να ισχύει. Ο δίσκος να έχει ταχύτητα υcm προς τα δεξιά και στρέφεται αριστερόστροφα. Προφανώς στην περίπτωση αυτή ο δίσκος δεν κυλίεται…

***Υλικό Φυσικής-Χημείας***

*Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…*

Επιμέλεια:

***Διονύσης Μάργαρης***