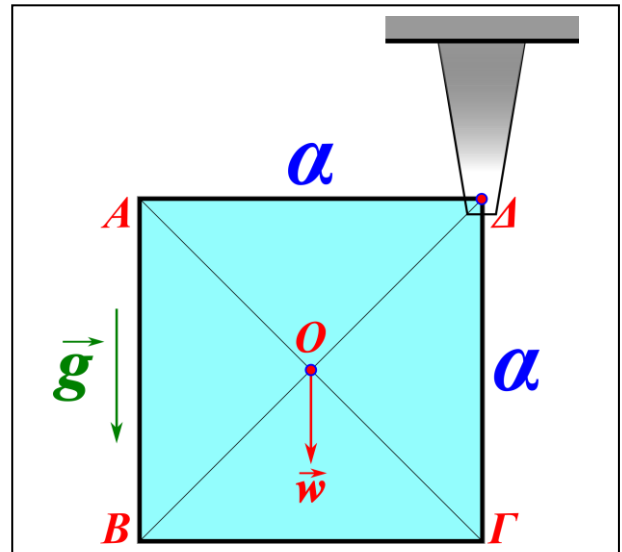


Η ελάχιστη δύναμη

Ένα ομογενές πλακάκι $AB\Gamma\Delta$ τετραγωνικού σχήματος πλευράς a , βάρους $\vec{w}$ και αμελητέου πάχους, θέλουμε να ισορροπεί σε κατακόρυφο επίπεδο, έτσι ώστε η πλευρά του $A\Delta$ να είναι οριζόντια. Το πλακάκι στηρίζεται σε άρθρωση αμελητέων διαστάσεων που διέρχεται από την κορυφή του Δ . Η στήριξη γίνεται χωρίς τριβές από την άρθρωση.



1. Η ελάχιστη δύναμη $\vec{F}$ που πρέπει να ασκούμε στο πλακάκι ώστε να ισορροπεί έχει μέτρο ίσο με:

α. $\frac{w\sqrt{2}}{2}$ β. $\frac{w\sqrt{2}}{4}$ γ. $w\sqrt{2}$

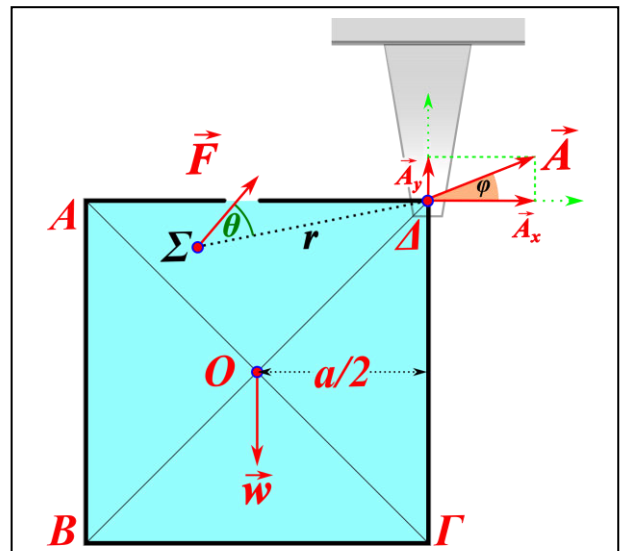
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Απάντηση:

Ασκούμε την δύναμη $\vec{F}$ σε σημείο Σ το οποίο απέχει απόσταση r από τον άξονα Δ . Έστω πως η δύναμη σχηματίζει με το r γωνία θ . Θα διερευνήσουμε τόσο το **που ασκείται η δύναμη** (υπολογισμός r), όσο και το **πώς ασκείται η δύναμη** (διεύθυνση -υπολογισμός θ). Σαφώς υπάρχει και δύναμη $\vec{A}$ από τον άξονα στο πλακάκι αλλά **μελετώντας την συνισταμένη ροπών ως προς τον άξονα Δ , η ροπή αυτής της δύναμης μηδενίζεται**. Ας μην μας απασχολήσει η δύναμη αυτή (ακόμα).

Θεωρώντας ως θετική φορά την αριστερόστροφη γύρω από το Δ , έχουμε:



$$\sum \vec{\tau}_{\Delta} = 0 \xrightarrow{\vec{\tau}_{\vec{A}}, \Delta=0} w \frac{a}{2} - F r \eta \mu \theta = 0 \Rightarrow F = \frac{w a}{2 r \eta \mu \theta} \quad (1)$$

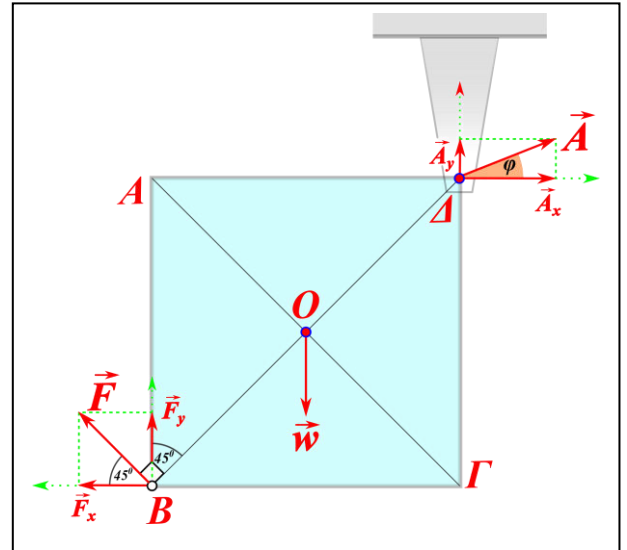
Οι παράμετροι r (πού ασκείται η $\vec{F}$) και $\eta\mu\theta$ (διεύθυνση – πώς ασκείται η $\vec{F}$) **είναι ανεξάρτητες η μια από την άλλη**. Άρα, για να ελαχιστοποιήσουμε το μέτρο της $\vec{F}$, πρέπει:

$$r = \max = B\Delta = \alpha\sqrt{2} \quad (2)$$

Δηλαδή, η $\vec{F}$ πρέπει να ασκηθεί στο **πιο απομακρυσμένο σημείο του πλακακιού από τον άξονα A**, που είναι το Δ και,

$$\eta\mu\theta = \max = 1 \Rightarrow \theta = 90^\circ \quad (3)$$

Δηλαδή, η $\vec{F}$ πρέπει να ασκηθεί **κάθετα στο ευθύγραμμο τμήμα BΔ**.



Τότε,

$$(1) \xRightarrow{(2),(3)} F_{\min} = \frac{w\alpha}{2\alpha\sqrt{2}} \Rightarrow \mathbf{F_{\min} = \frac{w\sqrt{2}}{4}} \quad (4)$$

Σωστή επιλογή η (β).

2. Το μέτρο της δύναμης $\vec{A}$ που δέχεται το πλακάκι από τον άξονα ισούται με:

α. $\frac{w\sqrt{10}}{4}$ **β.** $\frac{w\sqrt{10}}{2}$ **γ.** $w\sqrt{10}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Απάντηση:

Ας ασχοληθούμε τώρα και με την δύναμη $\vec{A}$ από τον άξονα γιατί πολύ την παραμελήσαμε και γκρινιάζει.

Ισορροπία δυνάμεων:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow A_x - F_x = 0 \Rightarrow A_x = F \sin 45^\circ \stackrel{(4)}{\Rightarrow} A_x = \frac{w\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \mathbf{A_x = \frac{w}{4}} \quad (5)$$

Και ,

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow A_y + F_y - w = 0 \Rightarrow A_y = w - F_y \Rightarrow A_y = w - F \sin 45^\circ \stackrel{(4)}{\Rightarrow}$$

$$A_y = w - \frac{w\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \mathbf{A_y = \frac{3w}{4}} \quad (5)$$

Και με Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \stackrel{(5),(6)}{\Rightarrow} A = \sqrt{\left(\frac{w}{4}\right)^2 + \left(\frac{3w}{4}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\mathbf{A = \frac{w\sqrt{10}}{4}} \quad (6)$$

Σωστή επιλογή η (α).

Σχόλιο:

Όσον αφορά στην διεύθυνση της $\vec{A}$, έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{A_y}{A_x} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\frac{3w}{4}}{\frac{w}{4}} \Rightarrow \mathbf{\varepsilon\varphi\varphi = 3} \quad (7)$$

christoforoskatsileros@gmail.com