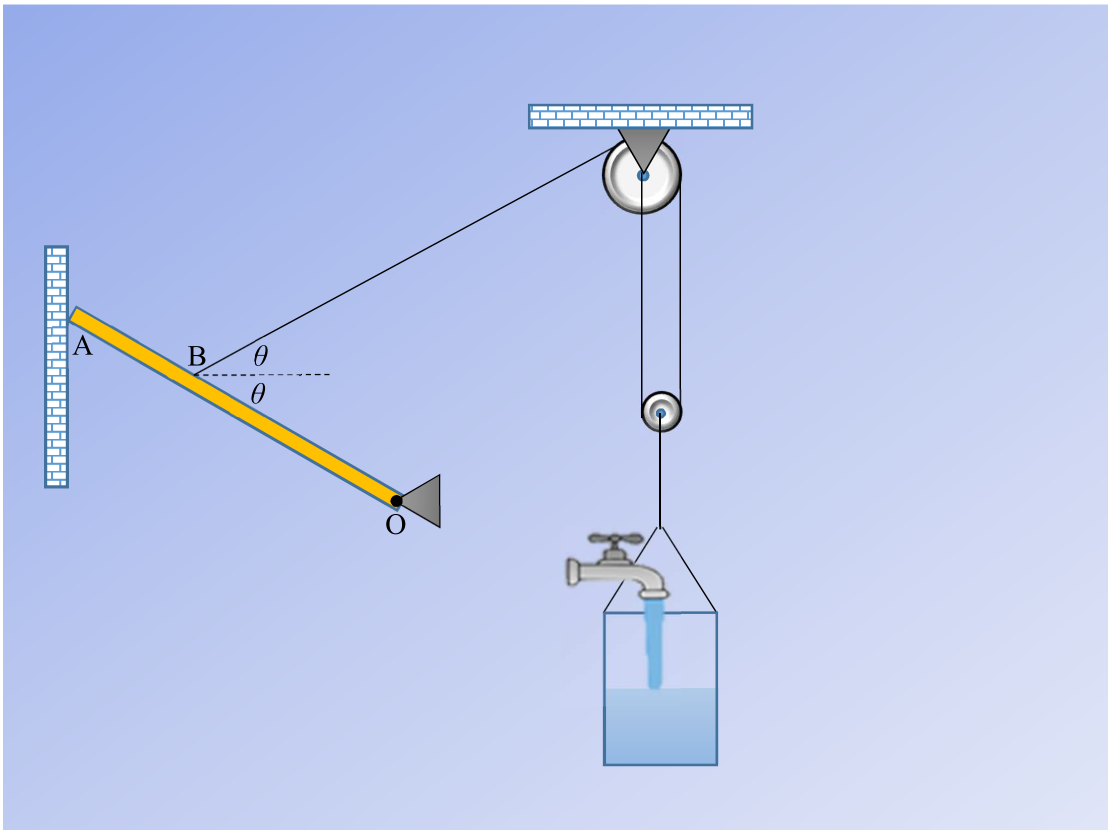
Πότε θα χαθεί η επαφή με τον τοίχο;



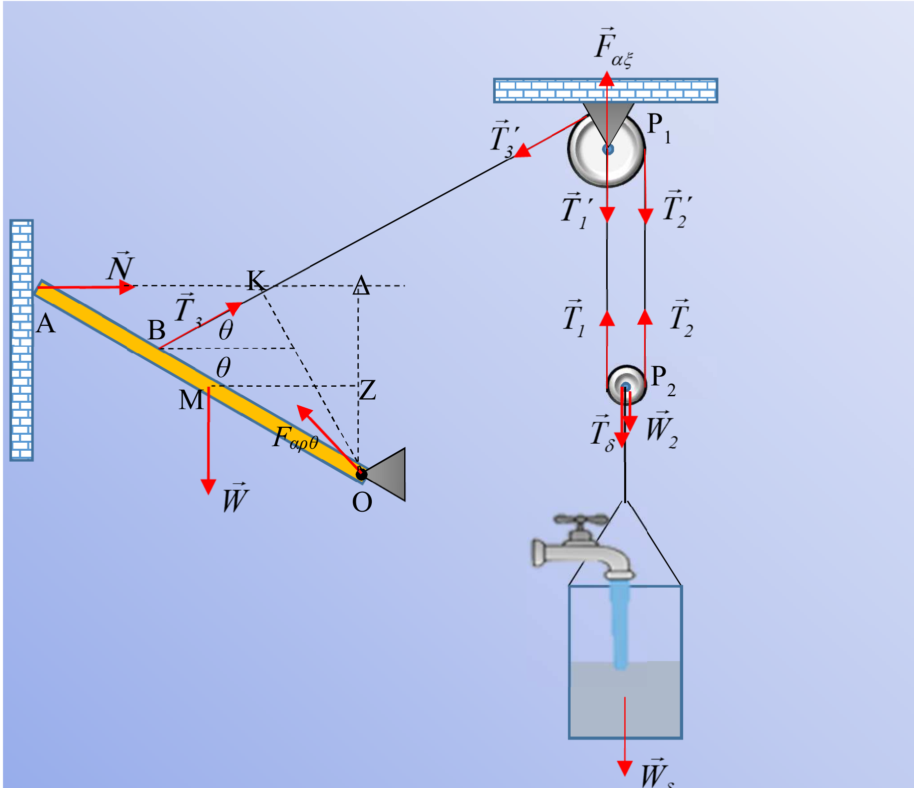
Η ράβδος ΟΑ μάζας $M = 0,8kg$ και μήκους L, στηρίζεται στο σημείο της Α σε κατακόρυφο λείο τοίχο, ενώ στο Ο είναι αρθρωμένη, σχηματίζοντας με τον ορίζοντα γωνία κλίσης $\theta = 30^0$. Από σημείο Β της ράβδου, με $AB = L/3$ δένουμε αβαρές μη εκτατό νήμα, το οποίο σχηματίζει γωνία επίσης $\theta = 30^0$ με τον ορίζοντα. Το νήμα αφού περάσει από το αυλάκι της τροχαλίας P_1 και στη συνέχεια της τροχαλίας P_2, μάζας $m = 0,6kg$ δένεται στο σταθερό κέντρο της τροχαλίας P_1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από το κέντρο της τροχαλίας P_2 έχουμε κρεμάσει αβαρές κυλινδρικό δοχείο, που γεμίζει νερό, με τη βοήθεια σωλήνα σταθερής παροχής $\Pi = 0,24L/s$. Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho = 10^3 kg/m^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

α) Υπολογίστε τις τάσεις που ασκεί το νήμα στις τροχαλίες και τη ράβδο σε συνάρτηση με το χρόνο.

β) Βρείτε τη δύναμη που ασκείται από τον τοίχο στη ράβδο, σε συνάρτηση με το χρόνο και

γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον τοίχο, σε βαθμολογημένους άξονες. Ποια χρονική στιγμή χάνεται η επαφή της ράβδου με τον τοίχο;

Απάντηση



σχήμα 1

Παρατηρούμε το σχήμα 1:

Η τροχαλία P_2 ισορροπεί. Η τάση $\vec{T}_\delta$ του νήματος σύνδεσης του δοχείου και το βάρος της $\vec{W}_2$, διέρχονται από το κέντρο της C_2 και δεν δημιουργούν ροπή, ως προς αυτό.

$$\Sigma\vec{\tau}_{C_2} = 0 \Leftrightarrow -T_1 r + T_2 r = 0 \Leftrightarrow T_1 = T_2 = T \text{ και προφανώς } T_2' = T$$

Η τροχαλία P_1 ισορροπεί. Η δύναμη από τον άξονα και το βάρος της, διέρχονται από το κέντρο της C_1 και δεν δημιουργούν ροπή, ως προς αυτό.

$$\Sigma\vec{\tau}_{C_1} = 0 \Leftrightarrow -T_2'R + T_3'R = 0 \Leftrightarrow T_3' = T_2' = T$$

Το δοχείο με το νερό κάθε στιγμή θα έχει μάζα που οφείλεται μόνο στο νερό:
$m_\delta = \rho \cdot V_{\nu\varepsilon\rho} = \rho\Pi t$ (1)

Το δοχείο ισορροπεί άρα η τάση του νήματος που το συνδέει με το κέντρο της τροχαλίας, θα εξουδετερώνει το βάρος του, δηλαδή $T_\delta = m_\delta g \xrightarrow{(1)} T_\delta = \rho g\Pi t$ (2)

Η μεταφορική ισορροπία της τροχαλίας P_2 συνεπάγεται:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow T_1 + T_2 - mg - T_3 = 0 \xrightarrow{(2)} 2T = mg + \rho g\Pi t \Leftrightarrow T = \frac{mg + \rho g\Pi t}{2} \quad (3)$$

Με αντικατάσταση παίρνουμε $T = \dfrac{0,6\cdot 10 + 10^3\cdot 10\cdot 0,24\cdot 10^{-3}t}{2} \Leftrightarrow$

$\boxed{T = 3 + 1,2\cdot t}$ (S.I.)

β) Για την ισορροπία της ράβδου, παίρνουμε τις ροπές ως προς την άρθρωση Ο, χρησιμοποιώντας τις προβολές:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(O)} = 0 \Leftrightarrow W\cdot(MZ) - T_3\cdot(KO) - N\cdot(\Delta O) = 0 \Leftrightarrow$$

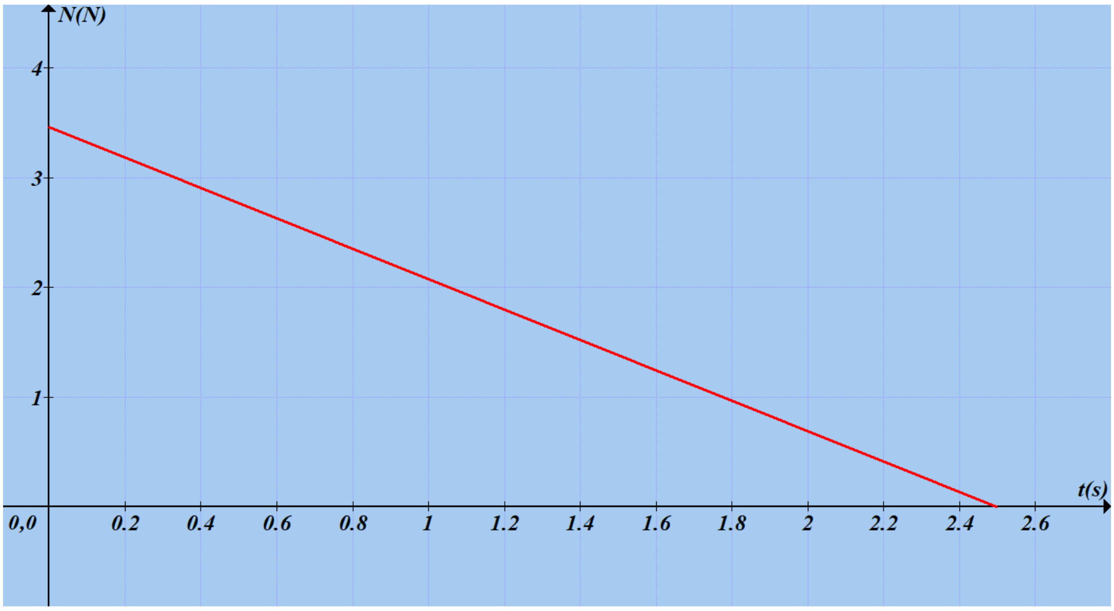
$$Mg\cdot\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\theta - T\cdot\frac{2L}{3}\eta\mu 2\theta - N\cdot\eta\mu\theta = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}N = \frac{\sqrt{3}}{4}Mg - \frac{\sqrt{3}}{3}T \Leftrightarrow N = 2\sqrt{3}\left(\frac{Mg}{4} - \frac{T}{3}\right) \xrightarrow{(3)}$$

$$N = 2\sqrt{3}\left(\frac{8}{4} - \frac{3+1,2t}{3}\right) \Leftrightarrow$$

$\boxed{N = 2\sqrt{3}\left(1-0,4t\right)}$ (S.I.) (5)

γ) Η γραφική παράσταση θα είναι:



Η επαφή της ράβδου με τον τοίχο θα χαθεί όταν

$$N = 0 \xrightarrow{(5)} 2\sqrt{3}\left(1-0,4t\right) = 0 \Leftrightarrow 0,4t = 1 \Leftrightarrow$$

$\boxed{t = 2,5s}$

Σχόλιο

Σε πολλές ταινίες, ο ήρωας μπαίνει στο εσωτερικό μιας πυραμίδας, πατάει κάποιο μοχλό και η άμμος αρχίζει να ρέει γεμίζοντας ένα δοχείο, ενώ ένα κρυμμένο σύστημα με τροχαλίες, αναγκάζει κάποια βαριά πέτρινη καταπακτή να ανοίξει… Όλα είναι θέμα Μηχανικής…

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Ανδρέας Ριζόπουλος