

Ένας ανελκυστήρας στο Empire State Building

Το κτίριο Empire State Building («Κτίριο της Αυτοκρατορικής Πολιτείας») της Νέας Υόρκης είναι ένας από τους υψηλότερους και ιστορικότερους ουρανοξύστες στον κόσμο. Έχει 102 ορόφους και ένας ανελκυστήρας, που κινείται μεταξύ των ορόφων με σταθερή ταχύτητα μέτρου $21,6 \text{ km/h}$, πρέπει να διανύσει 400 m μέχρι την ταράτσα. Στο ξεκίνημα και στο σταμάτημα η επιτάχυνση έχει σταθερό μέτρο 3 m/s^2 . Ας θεωρήσουμε ότι κανείς εκτός από εμάς δε θα χρειαστεί τον ανελκυστήρα (πράγμα αδύνατο, όταν στο κτίριο εργάζονται 15000 άνθρωποι...).



- Τι κίνηση θα κάνει ο θάλαμος;
- Πόσο χρονικό διάστημα θα χρειαστεί για την απόκτηση της σταθερής ταχύτητάς του και ποια η αντίστοιχη μετατόπιση;
- Πόσο χρονικό διάστημα θα χρειαστεί για το σταμάτημα και ποια η αντίστοιχη μετατόπιση;
- Ποιο είναι το ελάχιστο χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να φτάσει κάποιος στην ταράτσα;
- Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης ($x \rightarrow t$). Θεωρήστε $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ τη στιγμή της εκκίνησης και θετική φορά προς τα πάνω.

Απάντηση

α) Ο θάλαμος ξεκινάει από την ηρεμία, επιταχύνεται ομαλά μέχρι να αποκτήσει την τελική του ταχύτητα, με την οποία «ταξιδεύει» ανάμεσα στους ορόφους και την κατάλληλη στιγμή, επιβραδύνεται ομαλά και σταματά.

β) Η ταχύτητα ανάμεσα στους ορόφους είναι $v = 21,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 21,6 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 6 \text{ m/s}$

Στην 1η φάση:

η εξίσωση της ταχύτητας μας δίνει

$$v = a_1 \cdot \Delta t_1 \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{v}{a_1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{6}{3} \Leftrightarrow \Delta t_1 = 2 \text{ s}$$

Η μετατόπιση θα είναι

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot \Delta t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 = 6 \text{ m}$$

γ) Στην 3η φάση:

η εξίσωση της ταχύτητας δίνει

$$v_{\text{τελ}} = v + a_2 \cdot \Delta t_3 \Leftrightarrow 0 = 6 - 3 \cdot \Delta t_3 \Leftrightarrow \Delta t_3 = 2 \text{ s}$$

Η μετατόπιση θα είναι

$$\Delta x_3 = v \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t_3^2 = 6 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot (-3) \cdot 2^2 = 12 - 6 = 6 \text{ m}$$

δ) Με την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση θα πρέπει να διανύσει

$$\Delta x_2 = \Delta x_{ολ} - \Delta x_1 - \Delta x_3 = 400 - 6 - 6 = 388 \text{ m}$$

$$\text{Άρα } \Delta x_2 = v \cdot \Delta t_2 \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v} \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{388}{6} \Leftrightarrow \Delta t_2 = 64,7 \text{ s}$$

Συνολικά δηλαδή θα χρειαστεί $\Delta t_{ολ} = 2 + 64,7 + 2 = 68,7 \text{ s}$ ή $1,14 \text{ min}$

$$\varepsilon) x = \begin{cases} x_{01} + \frac{1}{2} a_1 t^2 & 0 \leq t \leq 2 \text{ s} \\ x_{02} + v \cdot (t - 2) & 2 \leq t \leq 66,7 \text{ s} \\ x_{03} + v \cdot (t - 66,7) + \frac{1}{2} a_1 (t - 66,7)^2 & 66,7 \leq t \leq 68,7 \text{ s} \end{cases}$$

με αντικατάσταση έχουμε

$$x = \begin{cases} \frac{3}{2} t^2 \text{ (S.I.)}, & 0 \leq t \leq 2 \text{ s} \\ 6 + 6 \cdot (t - 2) \text{ (S.I.)}, & 2 \leq t \leq 66,7 \text{ s} \\ 394 + 6 \cdot (t - 66,7) - \frac{3}{2} (t - 66,7)^2 \text{ (S.I.)}, & 66,7 \leq t \leq 68,7 \text{ s} \end{cases}$$

Σχόλια

α) Επειδή τα αριθμητικά δεδομένα φαίνονται λίγο δύσκολα, καλό είναι να σκεπτόμαστε ότι η φύση δεν έχει κάποια ιδιαίτερη αδυναμία στους ακέραιους και οι μετρήσεις φυσικών μεγεθών, συνήθως είναι δεκαδικοί αριθμοί ... Το ύψος άλλωστε του κτιρίου είναι $442,2 \text{ m}$.

β) Στην πραγματικότητα, με έναν ανελκυστήρα δεν φτάνει κανείς στην ταράτσα αυτού του κτιρίου. Ένας ανελκυστήρας σας πηγαίνει στον 80ο όροφο. Δεύτερος ανελκυστήρας ξεκινάει από το 80ο και φτάνει στον 86ο, στο ανοιχτό παρατηρητήριο. Τέλος ένας τρίτος μικρότερος από τους άλλους από τον 86ο μπορεί να φτάσει στον 102ο, όπου βρίσκεται ένα κλειστό παρατηρητήριο, χωρητικότητας το πολύ 50 ατόμων. Συνολικά υπάρχουν 73 ανελκυστήρες!

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης