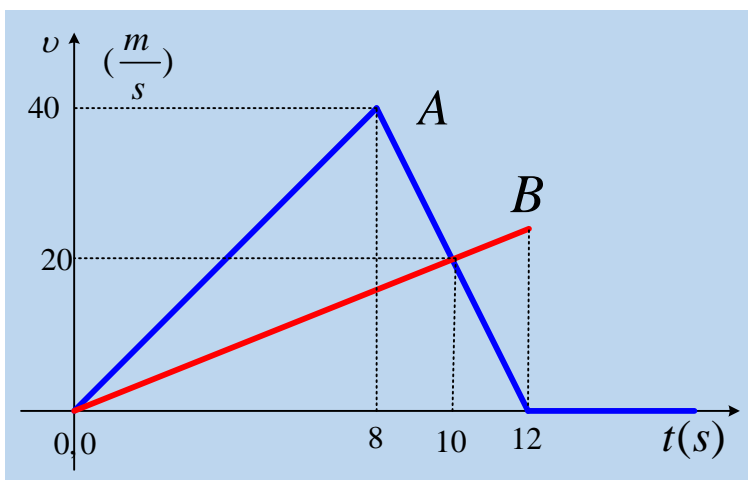
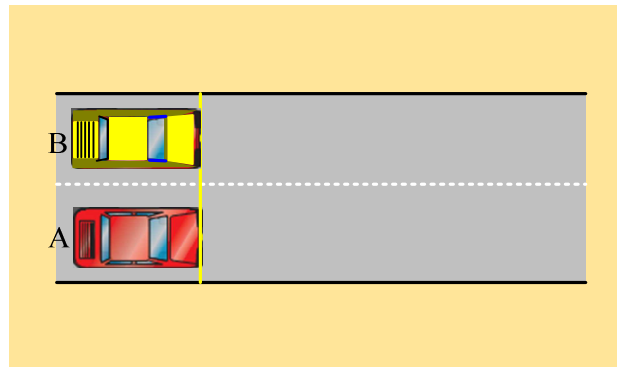


Η μέγιστη απόσταση και η «ακρικής» συνάντηση

Δύο οχήματα A και B ξεκινούν ταυτόχρονα τη στιγμή $t_0=0$ από το ίδιο σημείο, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα κίνησης $x_0=0$.

Τα οχήματα κινούνται ευθύγραμμα σε παράλληλες τροχιές ενώ το επόμενο διάγραμμα είναι το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου $v-t$ για τα 12 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης τους.



- A) Να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου για κάθε όχημα
B) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθούν τα δύο οχήματα στα 12 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης τους;
Γ) Ποια χρονική στιγμή το όχημα A έχει διπλάσια ταχύτητα από το όχημα B;
Δ) Μόλις το όχημα A σταματήσει να κινείται το όχημα B αποκτά επιτάχυνση τέτοια ώστε να φτάσει οριακά στη θέση που βρίσκεται το όχημα A. Ποια χρονική στιγμή θα συναντηθούν και ποια η επιτάχυνση του οχήματος B ώστε να συμβεί αυτό;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

A) Το όχημα A ξεκινά από την ηρεμία και για τα πρώτα 8 sec εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_A = \frac{40}{8} = 5 \frac{m}{s^2}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα, η ταχύτητα και η θέση του δίνονται από τις εξισώσεις:

$$v_A = a_A \cdot t \Rightarrow v_A = 5t(SI) \quad x_A = x_0 + \frac{1}{2} a_A t^2 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} 5t^2 = 2,5t^2(SI)$$

Στο χρονικό διάστημα από 8 sec μέχρι 12 sec το όχημα A εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά

επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση: $a'_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a'_A = \frac{0-40}{12-8} = -10 \frac{m}{s^2}$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα, από 8 sec μέχρι 12 sec, η ταχύτητα και η θέση του δίνονται από τις εξισώσεις:

$$v_A = v_8 + a'_A \cdot \Delta t \Rightarrow v_A = 40 - 10(t-8) = 120 - 10t (SI)$$

$$x_A = x_8 + v_8 \Delta t + \frac{1}{2} a'_A \Delta t^2 \Rightarrow x_A = 160 + 40(t-8) - \frac{1}{2} 10(t-8)^2 (SI)$$

Συνολικά για το όχημα A:

$$v_A = \begin{cases} 5t (SI), 0 \leq t \leq 8s \\ 40 - 10(t-8) = 120 - 10t (SI), 8 \leq t \leq 12s \end{cases}$$

$$x_A = \begin{cases} 2,5t^2 (SI), 0 \leq t \leq 8s \\ 160 + 40(t-8) - \frac{1}{2} 10(t-8)^2 (SI), 8 \leq t \leq 12s \end{cases}$$

Το όχημα B ξεκινά από την ηρεμία και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_B = \frac{20}{10} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Οι εξισώσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου για το όχημα B είναι:

$$v_B = a_B \cdot t \Rightarrow v_B = 2t (SI) \quad x_B = x_0 + \frac{1}{2} a_B t^2 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} 2t^2 = t^2 (SI)$$

B) Στα 12 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησής τους, θα βρεθούν τα δύο οχήματα σε μέγιστη απόσταση, τη στιγμή που η ταχύτητα του A πάψει να είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του B. Αυτό θα συμβεί τη χρονική στιγμή $t_1=10s$. Μέχρι εκείνη τη στιγμή οι μετατοπίσεις των οχημάτων

$$\text{είναι: } \Delta x_A = \frac{1}{2} 8 \cdot 40m + \frac{40+20}{2} (10-8)m = 160m + 60m = 220m$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10m = 100m$$

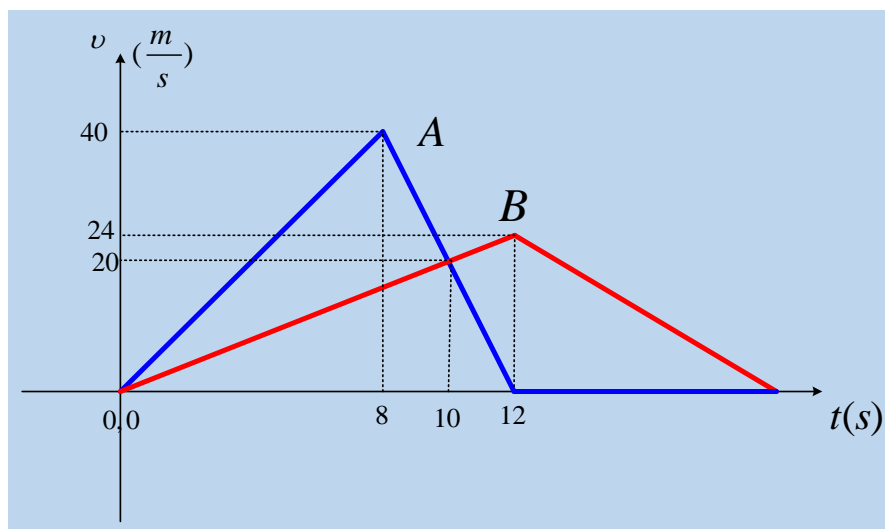
Η μέγιστη απόσταση είναι: $d = \Delta x_A - \Delta x_B \Rightarrow d = 120m$

Γ) Τα δύο οχήματα ξεκινούν από την ηρεμία. Από $0 \leq t \leq 8s$ ισχύει: $a_A = \frac{5}{2}a_B$, άρα κάθε στιγμή ισχύει: $v_A = \frac{5}{2}v_B$

Το όχημα Α έχει διπλάσια ταχύτητα από το όχημα Β, κάποια χρονική στιγμή μετά το 8ο sec. Άρα:

$$v_A = 2v_B \Rightarrow 120 - 10t = 2 \cdot 2t \Rightarrow 120 = 14t \Rightarrow t = \frac{60}{7}s$$

Δ) Για να φτάσει οριακά το όχημα Β στη θέση που έχει σταματήσει το όχημα Α, θα πρέπει να φτάσει με μηδενική ταχύτητα. Συνεπώς, μετά το 12ο sec το όχημα Β θα αρχίσει να επιβραδύνεται



Η μετατόπιση του οχήματος Α τη στιγμή 12s που παύει να κινείται είναι: $\Delta x_A = \frac{12 \cdot 40}{2} m = 240m$

Η ταχύτητα και η μετατόπιση του οχήματος Β τη στιγμή 12s είναι:

$$v_B = 2t = 2 \cdot 12 \Rightarrow v_B = 24 \frac{m}{s} \quad \Delta x_B = \frac{12 \cdot 24}{2} m = 144m$$

Για να φτάσει οριακά το όχημα Β στη θέση που έχει σταματήσει το όχημα Α, πρέπει να διανύσει μέχρι να σταματήσει επιπλέον 96m :

$$\frac{24 \cdot (t-12)}{2} = 96 \Rightarrow t-12 = \frac{96}{12} = 8 \Rightarrow t = 20s$$

Δηλαδή πρέπει να κινηθεί για άλλα 8sec έχοντας επιτάχυνση: $a'_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-24}{8} \Rightarrow a'_B = -3 \frac{m}{s^2}$

Θοδωρής Παπασγουρίδης
parasgou@gmail.com