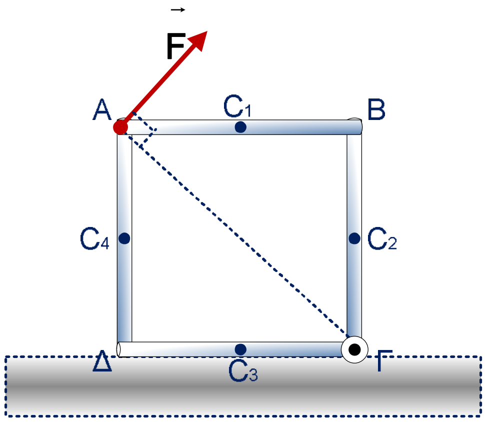
Σύνθετα θέματα στερεού. Ομάδα Γ΄.

3.31. Στρεφόμενο Πλαίσιο

Το τετράγωνο πλαίσιο του παρακάτω σχήματος το οποίο ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο, αποτελείται από 4 όμοιες ομογενείς ράβδους μήκους $\ell = 60\text{cm}$ και μάζας $m = 0{,}5\text{Kg}$ η κάθε μια. Η κορυφή Γ του πλαισίου, γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, είναι στερεωμένη στο οριζόντιο επίπεδο.



Τη χρονική στιγμή t = 0, ασκείται στη κορυφή Α του πλαισίου σταθερή (κατά μέτρο) δύναμη $F = 10\sqrt{2}\text{N}$, όπως φαίνεται στο σχήμα ($\vec{F} \perp ΑΓ$).

i) Να προσδιοριστεί η ροπή αδράνειας του πλαισίου ως προς οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο ΑΒΓΔ, ο οποίος διέρχεται από το Γ.
ii) Να εξετάσετε εάν το πλαίσιο, λόγω της δύναμης F θα περιστραφεί προς τα δεξιά. Αν ναι, να προσδιοριστεί η αρχική γωνιακή επιτάχυνση.
iii) Να προσδιοριστεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του πλαισίου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Γ, τη στιγμή κατά την οποία η διαγώνιος ΑΓ είναι κατακόρυφη.
iv) Να προσδιοριστεί το έργο της δύναμης F, ως την στιγμή που η πλευρά ΓΒ του πλαισίου, ακουμπά το οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα ω = 7,92 rad/sec.

Δίνεται: $I_{cm\ (\text{ράβδου})} = \frac{1}{12} m\ell^2$, $g = 10\,\text{m/s}^2$

3.32. Μια ράβδος και δυο δακτύλιοι

Με αφορμή ένα πρόβλημα του βιβλίου κατεύθυνσης της Γ' Λυκείου

Μία ομογενής ράβδος μάζας Μ και μήκους L=4m βρίσκεται στο διάστημα μακριά από βαρυτικές επιδράσεις εκτελώντας επίπεδη στροφική κίνηση γύρω από το κέντρο της. Δυο δακτύλιοι αμελητέου πάχους και μάζας m=M/12 ο κάθε ένας είναι περασμένοι εφαρμοστά στην ράβδο και συγκρατούνται με αβαρές νήμα κοντά στο κέντρο της και σε ίσες αποστάσεις από αυτό. Μεταξύ ράβδου και δακτυλίων δεν υπάρχουν τριβές. Κάποια στιγμή το νήμα σπάει και επειδή δεν υπάρχει η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη οι δακτύλιοι κινούνται προς τα άκρα της ράβδου. Όταν οι δακτύλιοι απέχουν από το κέντρο κατά x=1m η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου είναι ω_1=2rad/s.

i) Βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα ω_2 της ράβδου τη στιγμή που οι δακτύλιοι φτάνουν στα άκρα της.

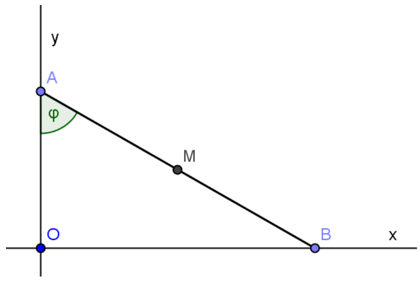
ii) Με δεδομένο ότι τη στιγμή που οι δακτύλιοι απέχουν από το κέντρο της ράβδου κατά x=1m η συνιστώσα της ταχύτητας του κάθε ενός πάνω στη ράβδο είναι $\upsilon_1 = \sqrt{7} m/s$ υπολογίστε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του κάθε δακτυλίου τη στιγμή που αυτοί θα φτάνουν στα άκρα της ράβδου.

iii) Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν πλέον οι δακτύλιοι την έχουν εγκαταλείψει .

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο της είναι: $I = \frac{1}{12}ML^2$.

3.33. Μια ράβδος γλιστρά στις πλευρές ορθής γωνίας.

Ορθή γωνία xOy βρίσκεται σε κατακόρυφο επίπεδο και οι πλευρές της Ox και Oy είναι οριζόντια και κατακόρυφη αντιστοίχως. Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους L και μάζας m μπορεί να κινείται χωρίς τριβές με τα άκρα της σε επαφή με τις πλευρές της γωνίας. Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη και ο άξονάς της είναι κατακόρυφος. Αφήνουμε την ράβδο ελεύθερη να κινηθεί.



A) Να βρεθούν συναρτήσει της γωνίας φ που σχηματίζει η ράβδος με την πλευρά Oy της γωνίας xOy.

i) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου

ii) Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου

iii) Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος από τις πλευρές της γωνίας

B) Να βρεθεί η γωνία φ για την οποία η ράβδος χάνει την επαφή της με την πλευρά Oy.

Δίνεται η ροπή αδράνειας λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της και είναι κάθετος σε αυτήν $I = \frac{1}{12}mL^2$.

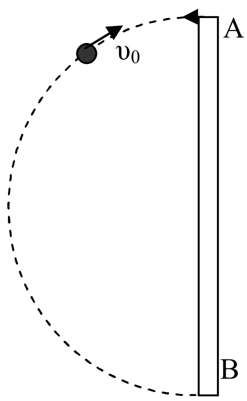
3.34. Πλαστική κρούση υλικού σημείου με ελεύθερη ράβδο

Στο διπλανό σχήμα εικονίζεται μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ=2m και μάζας M=1Kg, οποία ηρεμεί σε λείο οριζόντιο τραπέζι.

Στο άκρο Α τις ράβδου υπάρχει μια μικρή ακίδα κάθετη στην ράβδο.

Πάνω στο τραπέζι είναι χαραγμένο ένα ημικυκλικό αυλάκι με διάμετρο την ΑΒ.

Μια μικρή σφαίρα μάζας m=0,25Kg αμελητέας ακτίνας κινείται χωρίς να περιστρέφεται με ταχύτητα υ_0=8m/s και «καρφώνεται» στην ακίδα της ράβδου.



Να υπολογιστούν:

i) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου.

ii) Η ταχύτητα του μέσου Μ της ράβδου αμέσως μετά την κρούση

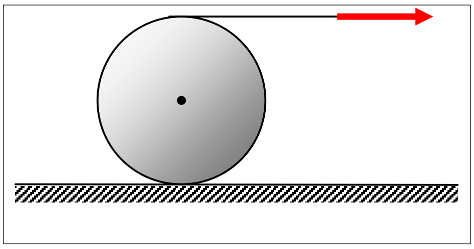
iii) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας που μεταβιβάστηκε στην ράβδο.

iv) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας που μετατράπηκε σε θερμική.

Δίνεται ο ροπή αδράνειας λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους ℓ ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της και είναι κάθετος σ' αυτήν $I = \frac{1}{12}M\ell^2$.

3.35. Ένας κύλινδρος που … σπινάρει

Νήμα τυλίγεται σε λεπτό αυλάκι κατά μήκος της περιφέρειας κυλίνδρου, που έχει μάζα **M=2kg** και ακτίνα **R = 0,2m**.



Ο κύλινδρος συγκρατείται αρχικά στη θέση που φαίνεται στο σχήμα, με το νήμα να εξέχει τεντωμένο από το πάνω μέρος σε οριζόντια θέση, ενώ το τυλιγμένο μήκος του είναι **L=2m**.

Το επίπεδο είναι οριζόντιο και ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κυλίνδρου είναι $\mu_{ορ} = \mu_{ολ} = \mu = 0{,}1$.

Ασκώντας στο άκρο του νήματος σταθερή οριζόντια δύναμη **F=18N** αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο τη στιγμή **t=0** να κινηθεί. Το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά και παραμένει τεντωμένο μέχρι να ξετυλιχτεί όλο και να φύγει από τον κύλινδρο.

Α) Για όσο χρόνο το νήμα ξετυλίγεται,

Α-1) Να εξετάσετε ποιά φορά έχει η τριβή.

Α-2) Να εξετάσετε επίσης αν ο κύλινδρος κυλίεται με ή χωρίς ολίσθηση.

Α-3) Να υπολογίσετε τα μέτρα της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, καθώς και της γωνιακής του επιτάχυνσης, όσο τον τραβάμε με το νήμα.

Β) Μέχρι τη στιγμή t_1 που ξετυλίγεται όλο το νήμα,

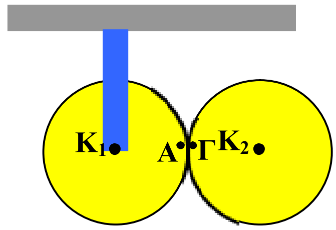
Β-1) Κατά πόσο διάστημα **x** έχει μετατοπιστεί ο κύλινδρος, πόση ενέργεια του προσφέρθηκε μέσω της **F** και πόση χάθηκε σε θερμότητα;

Β-2) Ποιά είναι τη στιγμή αυτή τα μέτρα υ_{cm} και **ω** της ταχύτητας του κέντρου μάζας και της γωνιακής ταχύτητας που έχει αποκτήσει ο κύλινδρος;

Γ) Να περιγράψετε ποιοτικά την κίνηση του κυλίνδρου μετά τη στιγμή t_1. Μετά από πόσο χρόνο **Δt** αποκτά το κέντρο μάζας σταθερή ταχύτητα υ_T και ποιό το μέτρο της;

(Ροπή αδράνειας κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = ½·M·R^2$ και $g = 10\ m/s^2$)

3.36. Σύστημα σταθερής και ελεύθερης τροχαλίας.



Οι δύο όμοιες ομογενείς τροχαλίες του σχήματος έχουν ακτίνα R=0,08m, μάζα M=8Kg και είναι συνδεδεμένες με νήμα αμελητέας μάζας που είναι τυλιγμένο στις περιφέρειες τους. Η μία τροχαλία έχει σταθερό το κέντρο μάζας της K_1. Η άλλη είναι αρχικά ακίνητη και το κέντρο μάζας της K_2 είναι στο ίδιο ύψος με αυτό της σταθερής τροχαλίας.

Οι δύο τροχαλίες μπορούν να περιστρέφονται γύρω από άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους K_1 και K_2 και είναι κάθετοι σε αυτές. Αφήνουμε κάποια στιγμή ελεύθερη την τροχαλία κέντρου μάζας K_2.Κατά την διάρκεια της πτώσης της το νήμα ξετυλίγεται και από τις δύο τροχαλίες χωρίς να ολισθαίνει σ' αυτές παραμένοντας διαρκώς κατακόρυφο και αυτές στρέφονται με την ίδια φορά.

α. Να βρεθεί η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας K_2 με τα μέτρα των επιτρόχιων ταχυτήτων των σημείων Α και Γ των δύο τροχαλιών.

β. Να βρεθεί η σχέση που συνδέει το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας K_2 με τα μέτρα των επιτρόχιων επιταχύνσεων των σημείων Α και Γ των δύο τροχαλιών.

Να υπολογιστούν:

γ. τα μέτρα των γωνιακών επιταχύνσεων $\alpha_{\gamma\omega\nu_1}$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu_2}$ των δύο τροχαλιών.

δ. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας K_2, α_{cm}.

ε. η δύναμη που ασκεί το νήμα(τάση) στις τροχαλίες.

Δίνονται οι ροπές αδρανείας των δύο τροχαλιών ως προς τους άξονες περιστροφής τους :

$$I_{(K_1)} = I_{(K_2)} = \frac{1}{2}MR^2 \text{ και } g=10\frac{m}{s^2}.$$

3.37. Η Κύλιση χωρίς (με) ολίσθηση και μια συνθήκη.

Ο Δίσκος Δ_1, μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,2m , ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο τραπέζι με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5 και έχει στην περιφέρεια του τυλιγμένο αβαρές νήμα που έχει το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο στο σημείο Γ. Το νήμα μπορεί να ξετυλίγεται από το δίσκο Δ_1 χωρίς να ολισθαίνει. Το κέντρο μάζας K_1 του δίσκου Δ_1 συνδέεται με αβαρή ράβδο με το κέντρο K_2 ενός άλλου όμοιου δίσκου Δ_2 που έχει συνδεθεί μέσω αβαρούς νήματος με την περιφέρεια ακίνητης τροχαλίας μάζας m=1kg και ακτίνας r=0,1m. Στο άλλο άκρο του νήματος που δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία, έχει συνδεθεί και ισορροπεί σώμα Σ μάζας m_1=1kg. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα κατακόρυφη δύναμη μέτρου F=25N με φορά προς τα κάτω. Εάν ο δίσκος Δ_2 κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει να υπολογιστούν τα μέτρα:

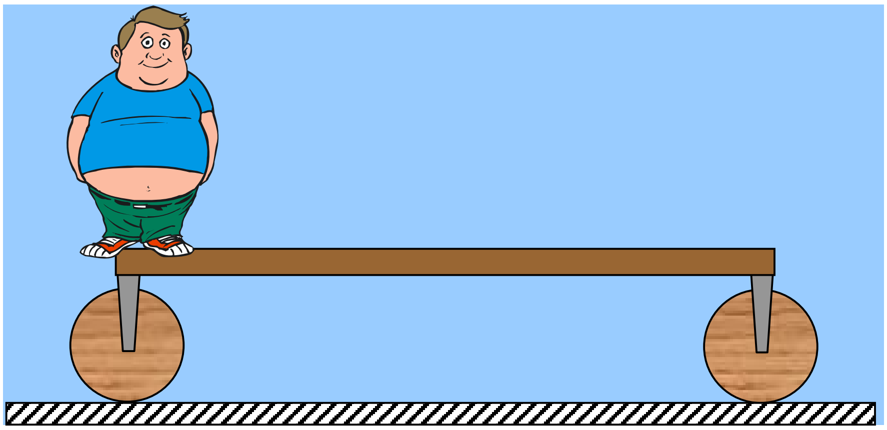
A_1. Της επιτάχυνσης των κέντρων μάζας K_1 και K_2 των δύο δίσκων.

A_2. Της γωνιακής επιτάχυνσης $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ της τροχαλίας.

A_3. Της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής ω_2 του δίσκου Δ_2 και της ταχύτητας υ_B του σημείου επαφής Β του Δίσκου Δ_1 με το τραπέζι όταν το σώμα Σ έχει κατέλθει κατά x=1m. Οι ροπές αδρανείας των δίσκων $Δ_1$, $Δ_2$ και της τροχαλίας ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στο επίπεδο τους, είναι αντίστοιχα: $I_{(K_1)} = I_{(K_2)} = \frac{1}{2}MR^2$ και $I_K = \frac{1}{2}mr^2$.

Δίνεται ότι $g=10m/s^2$.

3.38. *Πόσο θα μετατοπιστεί το κάρο;*



Το κάρο του σχήματος έχει μήκος 3m και μάζα M = 20kg. Έχει 4 ρόδες που κάθε μία έχει μάζα m = 5kg.

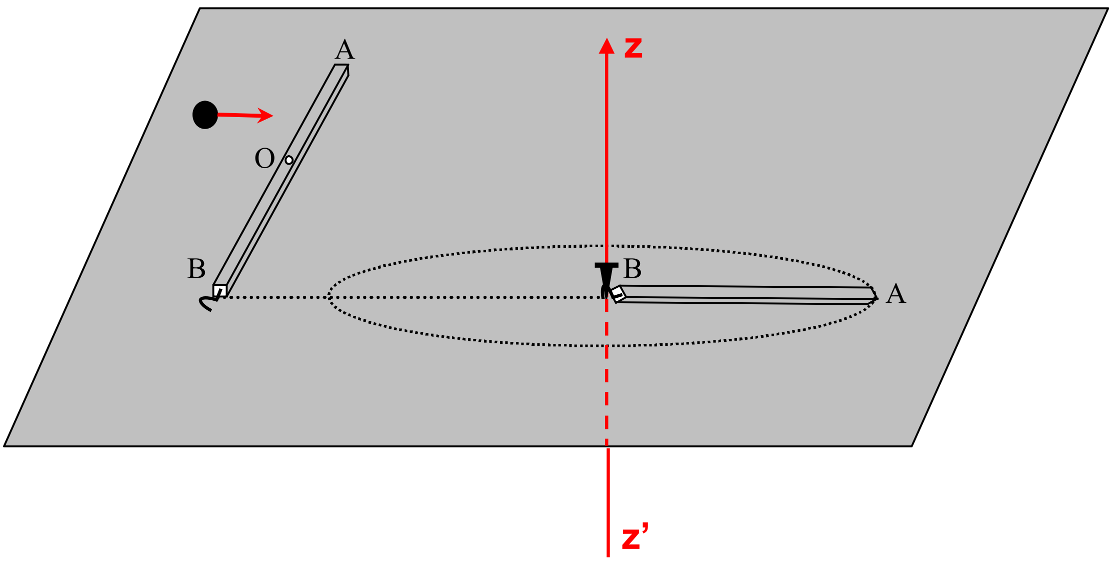
Ο εικονιζόμενος έχει μάζα 100kg και κινείται προς τα δεξιά με σταθερή επιτάχυνση ως προς το έδαφος διασχίζοντας το κάρο. Οι τροχοί δεν ολισθαίνουν στο οριζόντιο δάπεδο.

Πόσο μετατοπίζεται το κάρο;

Θεωρούμε δεδομένο ότι κάθε τροχός έχει ροπή αδράνειας $I=m \cdot R^2$, όπου R η ακτίνα του.

3.39. *Σύνθετη κίνηση δοκού και ο γάντζος*

Πάνω σε μια λεία επιφάνεια ηρεμεί μια ομογενής δοκός ΑΒ μήκους L=4m και μάζας M=2kg, η οποία στο άκρο της Β φέρει γάντζο αμελητέας μάζας. Σε μια στιγμή t=0 ένα κινούμενο υλικό σημείο Σ, συγκρούεται με τη δοκό με αποτέλεσμα, αμέσως μετά την κρούση το άκρα Α της δοκού να αποκτά ταχύτητα u_A=40m/s και το κέντρο μάζας της Ο u_{cm}=30m/s αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα . Όταν η δοκός αποκτήσει τον ίδιο προσανατολισμό για 1η φορά μετά την t=0 γαντζώνεται σε καρφί που βρίσκεται σε ορισμένη απόσταση από την δοκό στην διεύθυνση του άκρου Β..



α) Η κρούση του υλικού σημείου με τη δοκό έγινε:

i) στο κέντρο μάζας Ο της δοκού.

ii) σε σημείο μεταξύ του κέντρου Ο της δοκού και του άκρου της Α.

iii) σε σημείο μεταξύ του κέντρου Ο της δοκού και του άκρου της Β.

β) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της δοκού, γύρω από το κέντρο μάζας της Ο.

γ) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου Β της δοκού αμέσως μετά την κρούση.

δ) Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της δοκού αμέσως μετά το γάτζωμα της στο καρφί.

ε) Ποιο σημείο της δοκού, μετά το γάτζωμα στο καρφί, έχει την ίδια κατά μέτρο γραμμική ταχύτητα με το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας λίγο πριν η δοκός γατζωθεί στο καρφί;

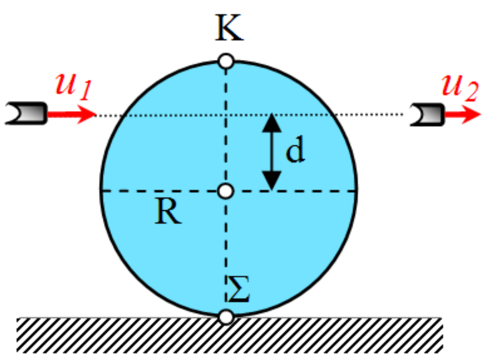
στ) Να βρεθεί το μέτρο της σταθερής ροπής που πρέπει να επιδράσει στη δοκό ώστε να ακινητοποιηθεί σε χρόνο Δt=5s μετά το γάτζωμα.

ζ) Να βρεθεί το μήκος της τροχιάς που έχει διαγράψει το σημείο Ο από την χρονική στιγμή t=0 μέχρι η δοκός να πάψει να περιστρέφεται.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς άξονα κάθετο σε αυτή που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{1}{12}ML^2$

3.40. Κρούση και ολίσθηση που μετατρέπεται σε κύλιση

Ένας κύλινδρος μάζας Μ=4kg και ακτίνας R=0,3m ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,1. Ένα βλήμα μάζας m=0,1kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1=1000m/s σε διεύθυνση που απέχει απόσταση d από το κέντρο του κυλίνδρου και βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με αυτό. Το βλήμα διαπερνά τον κύλινδρο και εξέρχεται με ταχύτητα μέτρου u_2 ίδιας κατεύθυνσης με την αρχική, ενώ αμέσως μετά την κρούση το σημείο επαφής Σ του κυλίνδρου με το δάπεδο αποκτά ταχύτητα μέτρου 9m/s με φορά προς τα δεξιά και το αντιδιαμετρικό του ταχύτητα 18m/s ίδιας κατεύθυνσης με αυτή του σημείου Σ.



Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου αμέσως μετά την κρούση.

β) το μέτρο της γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου αμέσως μετά την κρούση.

γ) το μέτρο της ταχύτητα u_2 τους βλήματος.

δ) την απόσταση d

ε) την χρονική στιγμή t_1 μετά την κρούση, όπου θεωρούμε ως t=0, όπου ο κύλινδρος ξεκινά να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

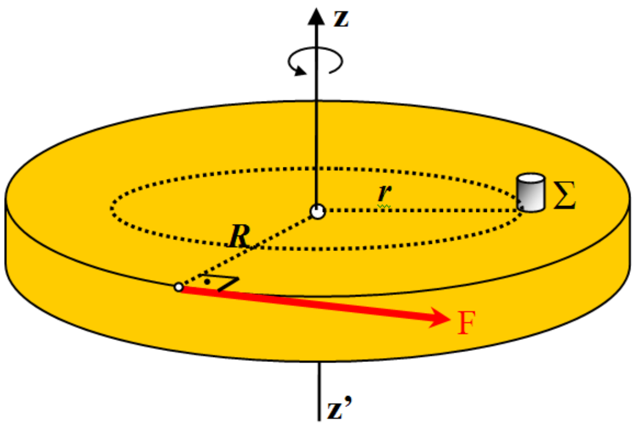
στ) το έργο της τριβής μέχρι την χρονική στιγμή t_1

ζ) την απόσταση d της διεύθυνσης κίνησης του βλήματος από το κέντρο του κυλίνδρου στην οποία έπρεπε να κτυπήσει το βλήμα ώστε ο κύλινδρος αμέσως μετά την κρούση να κυλίεται χωρίς ολίσθηση;

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.

3.41. Δίσκος-σώμα και επικείμενη ολίσθηση.

Ένας οριζόντιος δίσκος μάζας M=4kg και ακτίνας R=1m είναι αρχικά ακίνητος και έχει την δυνατότητα να στρέφεται γύρω από ακλόνητο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Πάνω στο δίσκο και σε απόσταση r=0,5m από το κέντρο του τοποθετούμε σώμα Σ μάζας m=2kg. Τη χρονική στιγμή t=0 ο δίσκος ξεκινά να στρέφεται με τη επίδραση εφαπτομενικής δύναμης σταθερού μέτρου F=10N, χωρίς το σώμα Σ να ολισθαίνει.



Να υπολογίσετε:

α) τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του

β) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος

γ) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος και της τριβής που δέχεται από το δίσκο την χρονική στιγμή t_1=0,5s

δ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής κατά τον άξονα περιστροφής τη χρονική στιγμή t_1=0,5s

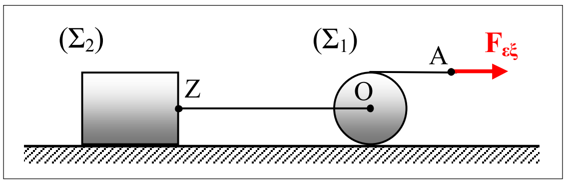
i) του σώματος Σ

ii) του δίσκου

iii) του συστήματος δίσκος-σώμα

Δίνεται η ροπή αδράνειας δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν Icm=1/2 MR^2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.

3.42. Πρισματικό σώμα και κύλινδρος (Ι)



Πρισματικό σώμα (Σ_2) μάζας $\mathbf{m_2 = 4\ kg}$ και κύλινδρος (Σ_1) μάζας $\mathbf{m_1}$ βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και είναι συνδεδεμένα με νήμα στα σημεία Ζ και Ο αντίστοιχα. Η σύνδεση στο κέντρο μάζας Ο του κυλίνδρου είναι τέτοια ώστε να επιτρέπει την ελεύθερη περιστροφή του γύρω από τον άξονά του που διέρχεται από το σημείο αυτό. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων – δαπέδου είναι ίδιος και για τα δύο σώματα, $\mu_{ολ} = \mu_{ορ} = \mu = 0{,}2$.

Σε λεπτό αυλάκι γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει νήμα που το συγκρατούμε από το άκρο του Α ασκώντας μικρή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_{εξ}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί παραμένοντας ακίνητο.

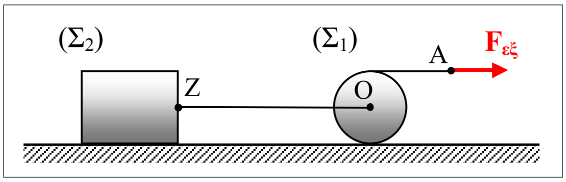
i) Να υπολογίσετε το λόγο $\lambda = m_1/m_2$ των μαζών των δύο σωμάτων ώστε αν προκαλέσουμε σταδιακή αύξηση στο μέτρο της $\vec{F}_{εξ}$:

α) να ολισθήσει πρώτο το $Σ_2$ *β)* να ολισθήσει πρώτο το $Σ_1$.

ii) Για κάθε μία από τις πιο πάνω περιπτώσεις να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του μέτρου της $\vec{F}_{εξ}$ για την οποία αρχίζει να ολισθαίνει το σώμα $Σ_2$.

Τα σώματα είναι συμπαγή και ομογενή και το $Σ_2$ δεν ανατρέπεται. Τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά και αυτό που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο δεν ολισθαίνει μέσα στο αυλάκι. Δίνεται $g = 10 m/s^2$.

3.43. 3.43. Πρισματικό σώμα και κύλινδρος (ΙΙ)



Πρισματικό σώμα ($Σ_2$) μάζας **m = 4kg** και κύλινδρος ($Σ_1$) ίσης μάζας **m** και ακτίνας **R = 0,2m** βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και είναι συνδεδεμένα με νήμα στα σημεία Ζ και Ο αντίστοιχα. Η σύνδεση με το κέντρο μάζας Ο του κυλίνδρου είναι τέτοια ώστε να επιτρέπει την ελεύθερη περιστροφή του γύρω από τον άξονά του που διέρχεται από το σημείο αυτό. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων – δαπέδου είναι ίδιος και για τα δύο σώματα, $\mu_{ολ} = \mu_{ορ} = \mu = 0{,}2$.

Σε λεπτό αυλάκι γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει νήμα που το συγκρατούμε από το άκρο του Α ασκώντας μικρή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_{εξ}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το τυλιγμένο στον κύλινδρο κομμάτι του νήματος έχει μήκος **L = 2m**.

Τη στιγμή $t_o = 0$ η εξωτερική δύναμη αποκτά σταθερό μέτρο $F_{εξ} = 16N$ και το νήμα αρχίζει να ξετυλίγεται μέχρι να φύγει όλο από τον κύλινδρο. Ζητούνται τα εξής:

i) Να υπολογίσετε τη γωνιακή και τη μεταφορική ταχύτητα του κυλίνδρου τη στιγμή που τον εγκαταλείπει το τυλιγμένο αρχικά νήμα.

ii) Να περιγράψετε την κίνηση των δύο σωμάτων μετά την κατάργηση της εξωτερικής δύναμης.

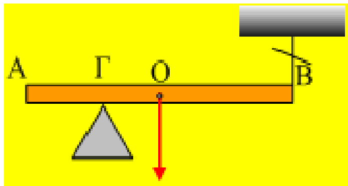
iii) Να απεικονίσετε γραφικά τα μέτρα της τάσης του νήματος και των τριβών μεταξύ σωμάτων και δαπέδου σε συνάρτηση με τη θέση **x** του κέντρου μάζας Ο του κυλίνδρου (θεωρώντας ως $x_o = 0$ τη θέση του τη στιγμή $\mathbf{t_o = 0}$).

iv) Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων σε κάθε μία από τις φάσεις της κίνησης των σωμάτων και να τα συσχετίσετε με τις αντίστοιχες ενεργειακές μετατροπές.

Τα σώματα είναι συμπαγή και ομογενή και το $Σ_1$ δεν ανατρέπεται. Τα νήματα είναι αβαρή και μη εκτατά και αυτό που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο δεν ολισθαίνει μέσα στο αυλάκι μέχρι να ξετυλιχτεί όλο και να φύγει από αυτόν. Δίνονται:

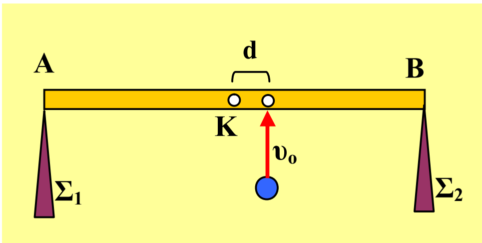
Ροπή αδράνειας κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $\mathbf{I = ½·m·R^2}$ και $\mathbf{g = 10m/s^2}$.

3.44. Πότε θα γλιστρήσει η ράβδος;



Η λεπτή ράβδος ΑΒ του σχήματος, μήκους ℓ, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα, στηριζόμενη σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ)= ¼ ℓ και δεμένη με κατακόρυφο νήμα. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ τρίποδου και ράβδου είναι $μ=μ_s=0,65$. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Ποια γωνία σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, τη στιγμή που θα γλιστρήσει; Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I= 1/12\ Mℓ^2$.

3.45. Κρούση, στροφή και κατακόρυφη βολή



Η ράβδος ΑΒ του σχήματος, είναι ομογενής έχει μήκος ℓ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση ακουμπώντας με τα άκρα της Α και Β σε δυο κατακόρυφα υποστηρίγματα $Σ_1$, $Σ_2$.

Ένα σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων, με μάζα ίση με το μισό της μάζας της ράβδου, κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω και χτυπά σε ένα σημείο της ράβδου, το οποίο απέχει κατά $d = ℓ/24$ από το κέντρο μάζας της Κ.

Η κρούση είναι ελαστική , διαρκεί αμελητέο χρόνο, και αμέσως μετά απ' αυτήν η φορά της ταχύτητας του σφαιριδίου αντιστρέφεται.

Η ράβδος μετά την κρούση , αφού εκτελέσει γύρω από το κέντρο μάζας της περιστροφή κατά $φ = π$ rad, ξαναπέφτει πάνω στα ίδια στηρίγματα έτσι ώστε το άκρο της Β να ακουμπήσει πάνω στο $Σ_1$ και το άκρο Α στο $Σ_2$.

Να υπολογιστούν :

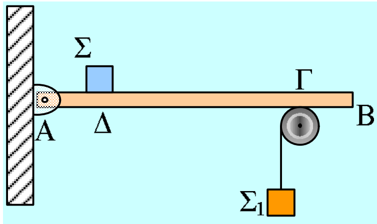
i) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

ii) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

iii) Οι ταχύτητες του σφαιριδίου πριν και μετά την κρούση.

Δίνεται το μήκος της ράβδου ℓ , η επιτάχυνση της βαρύτητας g , και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I = (1/12)Mℓ^2$.

3.46. Ισορροπία και κίνηση. Αλλαγή με το χρόνο.



Μια ομογενής δοκός (ΑΒ) μήκους 6m και μάζας m_1 =10kg, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, αρθρωμένη στο ένα της άκρο Α σε κατακόρυφο τοίχο και στηριζόμενη σε τροχαλία σε σημείο Γ, το οποίο απέχει 1m από το άλλο της άκρο Β, όπως στο σχήμα. Στο σημείο Δ, όπου (ΑΔ)=1m ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m_2=1kg, ενώ η τροχαλία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερόν οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της. Στο αυλάκι της τροχαλίας έχουμε περάσει ένα αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται ένα σώμα $Σ_1$, μάζας m=4kg, το οποίο συγκρατούμε με τεντωμένο το νήμα. Η τροχαλία έχει μάζα M=12kg, ακτίνα R=0,2m και παρουσιάζει με τη δοκό συντελεστές τριβής $μ_s$=0,65 και μ=0,5. Τη στιγμή t_0=0, το σώμα Σ δέχεται ένα κτύπημα, οπότε αρχίζει να κινείται κατά μήκος της δοκού με σταθερή ταχύτητα υ=1m/s, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο το σώμα $Σ_1$. Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας I= ½ MR^2 και g=10m/s^2.

i) Να υπολογίσετε την οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι της χρονική στιγμή t_1=6s και να κάνετε τις γραφικές τους παραστάσεις.

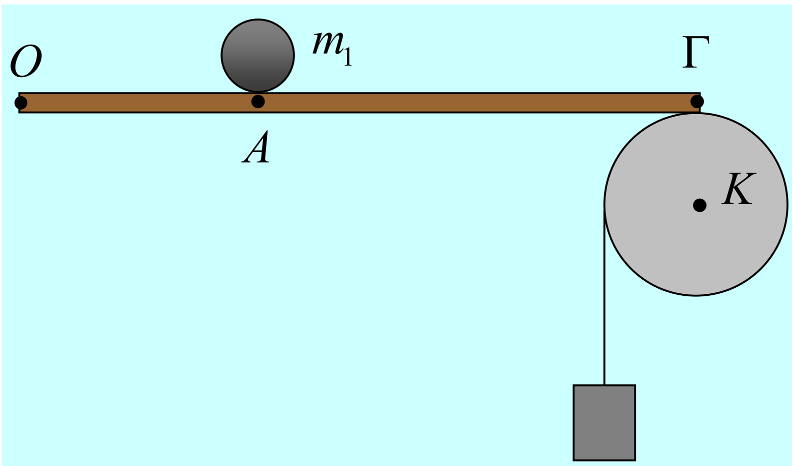
ii) Να υπολογίστε την κινητική ενέργεια της τροχαλίας τη στιγμή t_1 καθώς και την θερμική ενέργεια που παρήχθη στο μεταξύ, στην επαφή δοκού-τροχαλίας.

iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος τροχαλία-$Σ_1$, ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας, τη στιγμή t_1;

3.47. Μεταβλητή δύναμη τριβής.

Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος 3 m και μάζα 6 Kg. Στηρίζεται στο άκρο Ο με άρθρωση που δεν παρουσιάζει τριβές. Η ράβδος με την τροχαλία παρουσιάζει τριβή με συντελεστή μ = 0,5.

Ο κύλινδρος μάζας 3 kg ξεκινά την στιγμή μηδέν από το σημείο Α που απέχει από το Ο 1 m κινούμενο προς το Γ με σταθερή ταχύτητα 1 m/s. Στην τροχαλία μάζας 5 kg και ακτίνας 0,4 m έχει κρεμαστεί σώμα μάζας 2,5 kg.



i) Να υπολογιστεί η δύναμη τριβής που δέχεται η τροχαλία από τη ράβδο.

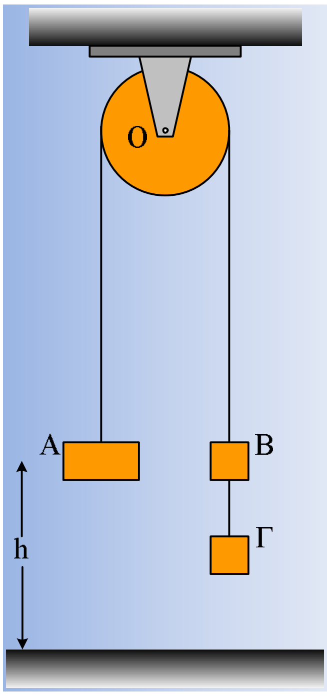
ii) Να παραστήσετε γραφικά τη ολική ροπή επί της τροχαλίας συναρτήσει του χρόνου.

iii) Τι παριστάνει το εμβαδόν της;

iv) Ποια είναι η μεγαλύτερη ταχύτητα που θα αποκτήσει το κρεμασμένο σώμα από την στιγμή μηδέν ως την στιγμή που ο κύλινδρος φτάνει στο Γ;

3.48. Στρεφόμενο σύστημα και μια γραφική παράσταση

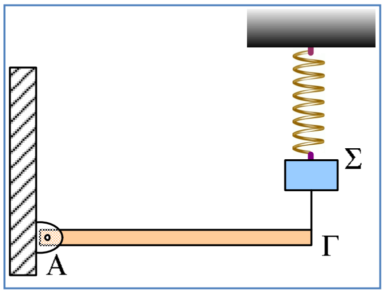
Ένας κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του, ο οποίος απέχει 6m από το έδαφος. Γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει **δύο ανεξάρτητα αβαρή νήματα** ικανού μήκους, στα άκρα των οποίων δένονται τα σώματα Α, Β και Γ, όπως στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί, ενώ είναι γνωστές οι μάζες των σωμάτων Α και Β, m_1=2kg και m_2=1kg αντίστοιχα, τα οποία βρίσκονται σε ύψος h=2m, από το έδαφος. Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου R=0,2m, η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονά του I= ½ MR^2και g=10m/s^2.



i) Να αποδείξτε ότι η μάζα του σώματος Γ είναι 1kg.
ii) Σε μια στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα που συνδέει τα σώματα Β και Γ και παρατηρούμε ότι το σώμα Α φτάνει στο έδαφος τη στιγμή t_1=2s, όπου και ακινητοποιείται. Να αποδείξτε ότι η κίνησή του ήταν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και να υπολογίσετε την μάζα του κυλίνδρου.
iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της, τη χρονική στιγμή t_2=1s.
iv) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στροφορμής του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο από 0-4s.

3.49. Μια περιστροφή και μια α.α.τ.

Η ράβδος ΑΓ έχει μήκος 3m, μάζα M=10kg και μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, αρθρωμένη στο άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, με το άλλο της άκρο Γ, δεμένο μέσω κατακόρυφου νήματος, με σώμα Σ μάζας m=5kg, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Το ελατήριο έχει φυσικό μήκος 1m και σταθερά 200N/m.

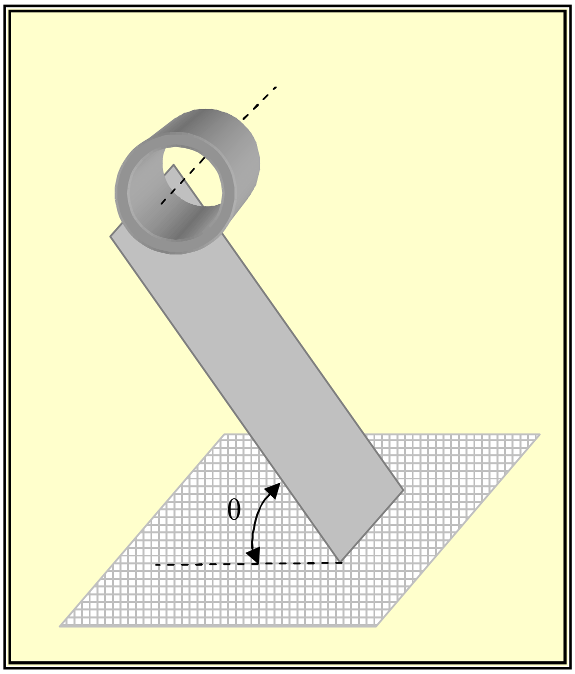


i) Πόση δύναμη δέχεται η ράβδος στο σημείο Α και πόσο είναι στην ισορροπία το μήκος του ελατηρίου;
ii) Σε μια στιγμή t=0, κόβουμε το νήμα που συνδέει το σώμα Σ με τη ράβδο, οπότε το Σ εκτελεί α.α.τ. ενώ η ράβδος στρέφεται γύρω από το άκρο της Α. Να βρείτε:
α) Την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ,
β) Την αρχική επιτάχυνση (για t=0) τόσο του σώματος Σ, όσο και του σημείου Γ της ράβδου.
γ) Την μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ και την μέγιστη ταχύτητα του σημείου Γ.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{cm} = ml^2/12$, $\pi^2 \approx 10$, g=10m/s^2 ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση στο άκρο Α κατά την πτώση της ράβδου.

3.50. Κύλιση χωρίς ολίσθηση και κύλιση με ταυτόχρονη ολίσθηση.

Ένας κύλινδρος με ακτίνα βάσης $\mathbf{R = 0,3m}$ του οποίου όλη η μάζα είναι συγκεντρωμένη στην παράπλευρη επιφάνεια του αφήνεται να κινηθεί από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου με τον άξονα του παράλληλο στο οριζόντιο επίπεδο.



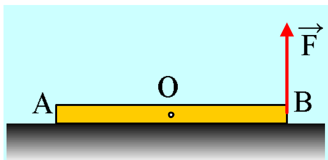
(α) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\boldsymbol{\mu = 0,4}$ και θεωρηθεί ίσος με το συντελεστή στατικής ή οριακής τριβής δείξτε ότι για να κυλίεται ο κύλινδρος χωρίς να ολισθαίνει θα πρέπει $\boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta} < 0,8$.

(β) Ρυθμίζουμε τη γωνία $\boldsymbol{\theta}$ μεταξύ οριζόντιου και κεκλιμένου επιπέδου έτσι ώστε $\boldsymbol{\eta\mu\theta = 0,6}$ και αφήνουμε τον κύλινδρο να κινηθεί από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου με τον άξονα του παράλληλο στο οριζόντιο επίπεδο. Αν ο κύλινδρος μετατοπίζεται συνολικά κατά $\mathbf{S = 2,8m}$ μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και με δεδομένο ότι η μάζα του είναι $\mathbf{m = 1Kg}$ βρείτε το ποσό θερμότητας που εκλύεται κατά την κίνηση του αυτή.

(γ) Επαναρρυθμίζουμε τη γωνία $\boldsymbol{\theta}$ μεταξύ οριζόντιου και κεκλιμένου επιπέδου έτσι ώστε $\boldsymbol{\eta\mu\theta = 0,8}$ και αφήνουμε ξανά τον κύλινδρο να κινηθεί από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου με τον άξονα του παράλληλο στο οριζόντιο επίπεδο. Ο κύλινδρος μετατοπίζεται και πάλι συνολικά κατά $\mathbf{S = 2,8m}$ μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Υπολογίστε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου και τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου ως προς τον άξονα του. Βρείτε το ποσό θερμότητας που εκλύεται τώρα κατά την κίνηση του. Υπενθυμίζεται ότι η μάζα του κυλίνδρου είναι $\mathbf{m = 1Kg}$.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\mathbf{g = 10\frac{m}{s^2}}$.

3.51. Προσπαθώντας να ανασηκώσουμε μια ράβδο.



Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους 8m και μάζας 6kg, ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μέσω ενός νήματος, το οποίο έχουμε δέσει στο άκρο της Β, ασκούμε πάνω της μια κατακόρυφη δύναμη F, όπως στο σχήμα.

i) Αν το μέτρο της δύναμης είναι F=20N, παρατηρούμε ότι η ράβδος ισορροπεί. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω της, βρίσκοντας και την ροπή καθεμιάς, ως προς το μέσον της Ο.

ii) Αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F=30N. Σχεδιάστε ξανά τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

iii) Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=32N, παρατηρούμε ότι η ράβδος αρχίζει να ανασηκώνεται από το έδαφος.

α) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του μέσου της Ο της ράβδου.

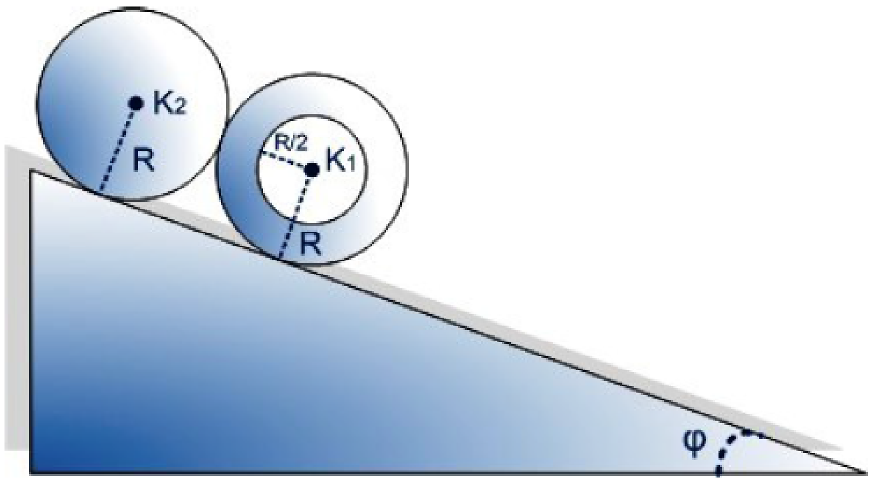
β) Σε μια στιγμή t_1 το άκρο Β της ράβδου, βρίσκεται σε ύψος h=4m από το έδαφος, ενώ το Α σε επαφή με το έδαφος. Για την θέση αυτή να υπολογίσετε την ταχύτητα του Ο και την ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου.

γ) Πόσο έχει μετατοπιστεί το άκρο Α της ράβδου από 0-t_1;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα που περνά από το μέσο της $I= M\ell^2/12$ και $g=10m/s^2$.

3.52. Δύο σφαίρες σε επαφή.

Δύο σφαίρες ίδιας ακτίνας R και ίδιας πυκνότητας ρ, συγκρατούνται σε ισορροπία επί κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τα δύο σώματα των οποίων οι επιφάνειες είναι λείες, βρίσκονται αρχικά σε επαφή. Η άνω σφαίρα είναι πλήρης και έχει μάζα m2 ενώ η κάτω είναι κοίλη με εσωτερική ακτίνα R/2.



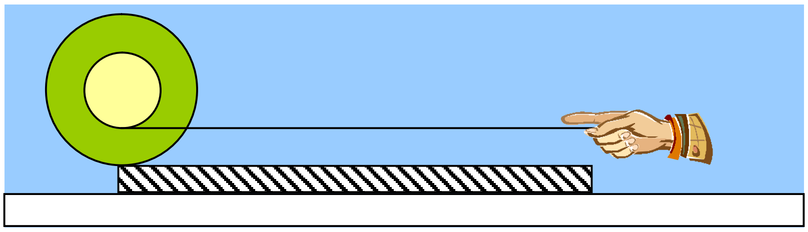
Αν την χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες τις δυο σφαίρες και κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν:

1. να προσδιορίστε την ροπή αδράνειας της κοίλης σφαίρας.
2. να δείξετε ότι βρίσκονται διαρκώς σε επαφή.
3. να προσδιορίσετε την κοινή τους επιτάχυνση.
4. να προσδιορίσετε τη μεταξύ τους δύναμη.
5. να προσδιορίσετε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής (μ)

Δίνονται $I_c= 2/5\ MR^2$ και g.

3.53. Ο κύλινδρος και η σανίδα.

Σανίδα μάζας M = 7 kg , μήκους L = 2,4 m βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στη σανίδα, στο αριστερό της άκρο, τοποθετείται κύλινδρος μάζας m = 1 kg , ακτίνας R = 0,2 m που φέρει εγκοπή ακτίνας r = 0,1 m. Στην εγκοπή τυλίγεται αβαρές νήμα όπως δείχνει το σχήμα. Το χέρι κινείται με επιτάχυνση α = 1 m/s^2. Ο κύλινδρος δεν ολισθαίνει στη σανίδα.



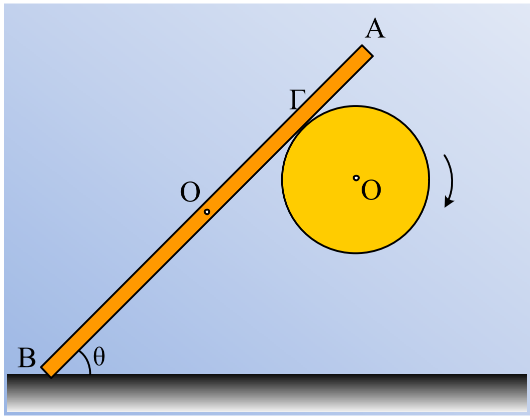
i) Ποια θα είναι η επιτάχυνση του κυλίνδρου και ποια της σανίδας;

ii) Ποια θα είναι η τελική ταχύτητα της σανίδας;

iii) Πόσο έργο έχει προσφέρει το χέρι στο σύστημα;

3.54. Ένα φρενάρισμα κυλίνδρου.

Ένας κύλινδρος μάζας M=200kg και ακτίνας R=0,6m στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=10rad/s. Προκειμένου να τον σταματήσουμε, στηρίζουμε πάνω του μια ομογενή δοκό μήκους ℓ=4m και μάζας m=9kg, όπως στο σχήμα, όπου (ΑΓ)=1m ενώ η γωνία θ που σχηματίζει με το έδαφος έχει ημθ=0,6 (συνθ=0,8). Παρατηρούμε ότι η δοκός ισορροπεί, ενώ ο κύλινδρος σταματά σε χρονικό διάστημα Δt=50s.



i) Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και δοκού.

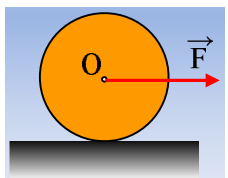
ii) Να βρεθεί η τριβή που δέχεται η δοκός από το έδαφος.

iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ δοκού και εδάφους, χωρίς να γλιστρήσει η δοκός για το χρονικό διάστημα περιστροφής του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου $I= ½\, MR^2$ και g=10m/s^2.

3.55. Ολίσθηση και κύλιση τροχού.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας τροχός μάζας M=10kg και ακτίνας =0,5m, ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,3. Σε μια στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο Ο του τροχού οριζόντια δύναμη F μέτρου F_1=100N, ενώ τη στιγμή t_1=2s, το μέτρο της δύναμης μειώνεται στην τιμή F_2=60N.



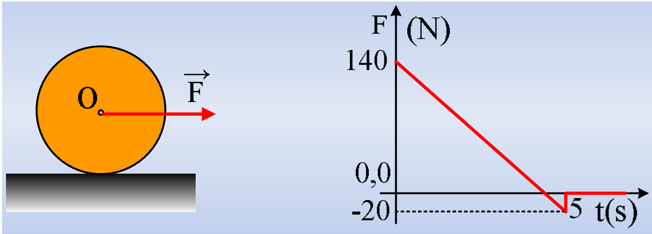
i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του τροχού τη στιγμή t_1.

ii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου Ο του τροχού μέχρι τη στιγμή t_2=4s.

iii) Να υπολογιστεί η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, μέχρι την παραπάνω στιγμή t_2, εξαιτίας της τριβής που ασκείται στον τροχό.

3.56. Γενικευμένοι νόμοι και ολίσθηση τροχού.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας τροχός μάζας M=10kg και ακτίνας =0,5m, ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}4$. Σε μια στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο O του τροχού οριζόντια δύναμη F, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα.



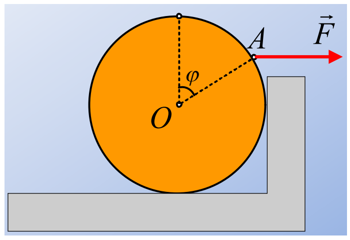
i) Να αποδειχθεί ότι ο τροχός θα αρχίσει να περιστρέφεται, αλλά και να ολισθαίνει.

ii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που ο τροχός θα πάψει να ολισθαίνει και πλέον θα κυλίεται.

iii) Για την χρονική στιγμή t_1=1s να βρεθούν η ισχύς της δύναμης, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του τροχού, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½ MR^2 και $g=10m/s^2$.

3.57. Κύλινδρος και σκαλοπάτι.



Στο διπλανό σχήμα, ο κύλινδρος ακτίνας R, ισορροπεί ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F, ασκούμενη στο σημείο A, όπου η ακτίνα OA σχηματίζει γωνία φ=60° με την κατακόρυφη. Το λείο σκαλοπάτι, ύψους h > R εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου. Αν F= ½ w, όπου w το βάρος του κυλίνδρου:

i) Να υπολογίστε την δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι.

ii) Να **αποδείξτε** ότι ο κύλινδρος δέχεται τριβή από το οριζόντιο επίπεδο και στη **συνέχεια** να υπολογίστε την τιμή της.

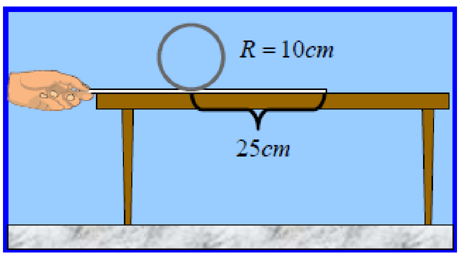
iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου ώστε να εξασφαλίζεται η ισορροπία του κυλίνδρου;

iv) Αν σε μια στιγμή αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F΄= ¾ w ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου, είναι ίσος με την ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε την αρχική γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύλινδρος.

Εφαρμογή: R=0,5m, $g=10m/s^2$, ενώ για τον κύλινδρο ως προς τον άξονά του I= ½ MR^2.

3.58. Τραβάω το χαρτόνι και ο κύλινδρος βρίσκεται στο δάπεδο.

Τραβάω το χαρτόνι με σταθερή επιτάχυνση 4 m/s^2.



Ο κοίλος, με λεπτό τοίχωμα, κύλινδρος δεν θα ολισθήσει ούτε στο χαρτόνι, ούτε στο τραπέζι.

i) Με ποια επιτάχυνση και ποια γωνιακή επιτάχυνση θα κινηθεί;

ii) Όταν θα βρεθεί στο τραπέζι πόση είναι η ταχύτητά του και πόση η γωνιακή του ταχύτητα;

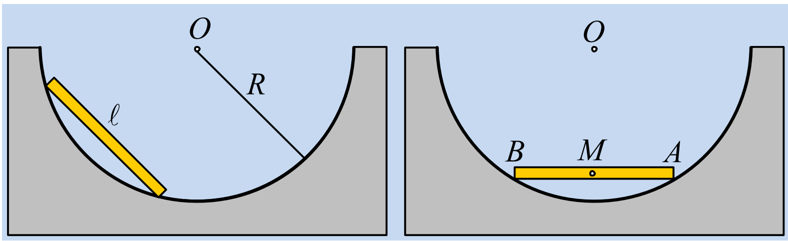
iii) Ποια θα είναι η τελική του ταχύτητα;

iv) Πόση η απώλεια μηχανικής ενέργειας και πόσο έργο πρόσφερε το χέρι αν η μάζα του χαρτονιού είναι αμελητέα;

$$\left(m = 1kg, \mu = 0,5, g = 10\frac{m}{s^2} \right)$$

3.59. Μια σανίδα σε ημικυκλική τροχιά.

Μια ομογενής σανίδα μήκους 1m και μάζας 2kg, αφήνεται να κινηθεί από μια ορισμένη θέση ενός λείου κοίλου ημισφαιρίου, κατά μήκος της ημικυκλικής τροχιάς του σχήματος, κέντρου Ο και ακτίνας R=1m. Μετά από λίγο, η σανίδα γίνεται οριζόντια (δεξιό σχήμα). Τη στιγμή αυτή τα άκρα της Α και Β έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου υ=2m/s.



Για την οριζόντια αυτή θέση ζητούνται:

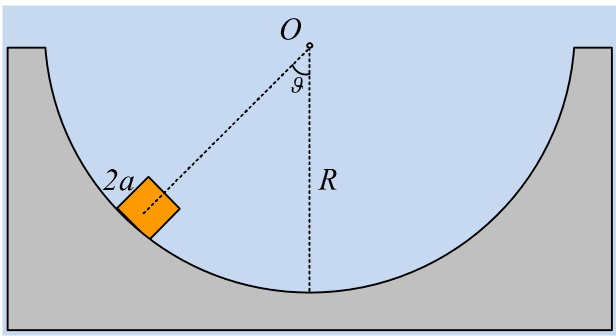
i) Η ταχύτητα του μέσου Μ της σανίδας.

ii) Η κινητική της ενέργεια.

iii) Η στροφορμή της σανίδας, ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, που περνά από το κέντρο Ο της τροχιάς.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς κάθετο άξονα, ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = M\ell^2/12$

3.60. Ένας κύβος σε ημικυλινδρική κοίλη επιφάνεια.



Ένας κύβος ακμής 2α και μάζας m, τοποθετείται στο εσωτερικό μιας κοίλης ημικυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας R=10α, σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα που περνά από το κέντρο μάζας του, να σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη, όπου ημθ=0,6 και συνθ=0,8.

i) Αν για το συντελεστή οριακής στατικής τριβής, μεταξύ κύβου και επιφάνειας ισχύει μ_s=0,5, τότε ο κύβος:

α) Θα ισορροπήσει.

β) Θα ανατραπεί.

γ) Θα ολισθήσει κατά μήκος της επιφάνειας.

δ) Θα ολισθήσει και ταυτόχρονα θα ανατραπεί.

ii) Αν τη στιγμή που η ακτίνα που περνά από το κέντρο μάζας Κ του κύβου, γίνεται κατακόρυφη, το μέτρο της ταχύτητας του Κ, είναι $\upsilon_1 = \sqrt{2ga}$, τότε η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, κατά την κάθοδο του κύβου, είναι:

α) μικρότερη από $0,8mga$, β) ίση με $0,8mga$ γ) μεγαλύτερη από $0,8mga$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Θεωρείστε την απόσταση του κέντρου Κ του κύβου από το κέντρο της τροχιάς Ο ίση με R-α=9α.