Εκθετική και επαγωγή

Διαφορική κίνησης, ανεξάρτητη από αρχική ταχύτητα:

$$m\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}+\frac{B^2\ell^2}{R}\upsilon=mg$$

Σε πλήρη αντιστοιχία με την διαφορική σε κύκλωμα LR κατά το κλείσιμο του διακόπτη.

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri=E$$

Από όπου το μέγιστο ρεύμα ήταν I=E/R (άρα εδώ $\upsilon_{o\rho}=mgR/B^2\ell^2$) ενώ η σταθερά χρόνου τ=L/R, εδώ $\tau=m/(B^2\ell^2/R)=mR/B^2\ell^2$. Αξίζει να δούμε ότι $\upsilon_{o\rho}=g\cdot\tau$!!!

Γενική Λύση διαφορικής

$$\upsilon=C\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}+\upsilon_{o\rho}$$

Όπου: $\upsilon_{o\rho}=\dfrac{mgR_{o\lambda}}{B^2L^2}$ και $\tau=\dfrac{mR}{B^2L^2}$

Ισχύει:

$$dp=\Sigma F\cdot dt=(mg-F_L)\cdot dt\Rightarrow\sum dp=\sum(mg-F_L)\cdot dt\Rightarrow$$

$$\Delta p=\sum mg\cdot dt-\sum F_L\cdot dt\Rightarrow m\upsilon_{o\rho}-m\upsilon_o=mg\sum dt-\frac{B^2L^2}{R}\sum\upsilon dt\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\upsilon_{o\rho}=\upsilon_o+g\sum dt-\frac{B^2L^2}{mR}\sum dy\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\upsilon_{o\rho}=\upsilon_o+g\cdot5\tau-\frac{B^2L^2}{mR}\cdot\Delta y_{o\lambda}\Rightarrow\Delta y_{o\lambda}=(\upsilon_o-\upsilon_{o\rho})\cdot\frac{mR}{B^2L^2}+g\cdot5\tau\cdot\frac{mR}{B^2L^2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\Delta y_{o\lambda}=(\upsilon_o-\upsilon_{o\rho})\cdot\tau+g\cdot5\tau^2$$

Έτσι αν π.χ. εκτοξεύσουμε τον αγωγό με $υ_o$=20m/s, ενώ τα δεδομένα δίνουν $υ_{ορ}$=10m/s, θα έχουμε:

Αν θέλουμε να είμαστε σωστοί, παίρνουμε τη διαφορική που έδωσες, όπου η γενική της λύση είναι:

$$υ = Ce^{-t/τ} + υ_{ορ}$$

Όπου $υ_{ορ} = \frac{mgR}{B^2L^2} = 10m/s$ και $τ = \frac{mR}{B^2L^2} = 1s$

Για t=0 παίρνουμε 20=C·1+10 → C=10m/s και τελικά η εξίσωσή σου θα είναι:

$$υ = υ_{ορ}(1 + e^{-\frac{t}{τ}})$$

Όπου και πάλι η οριακή ταχύτητα αποκαθίσταται σε χρόνο 5τ=5s. Τώρα το $y_{ολ}$ θα βγει από ολοκλήρωμα:

$$y = \int_0^{5τ} υdt = \int_0^{5τ} 10dt + 10\int_0^{5τ} e^{-\frac{t}{τ}}dt$$

$$y = \int_0^{5} 10dt + 10\int_0^{5} e^{-t}dt = 50 - 10[e^{-t}]_0^5 = 60m$$