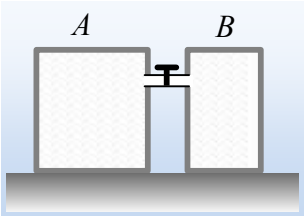
Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων δύο αερίων.



Σε ένα δοχείο Α όγκου V_1=3V περιέχεται μια ποσότητα He υπό πίεση p και θερμοκρασία T_1. Σε ένα δεύτερο δοχείο Β όγκου V_2=2V περιέχεται μια ποσότητα Ar, με την ίδια πίεση p και θερμοκρασία $T_2=2T_1$. Τα δυο δοχεία συνδέονται με λεπτό σωλήνα, ο οποίος κλείνεται με στρόφιγγα, ενώ όλα τα τοιχώματα είναι θερμομονωτικά. Σε μια στιγμή ανοίγουμε τη στρόφιγγα, οπότε μετά από κάποιο χρονικό διάστημα τα δύο αέρια έχουν πλήρως αναμειχθεί.

i) Για τους αριθμούς των μορίων των δύο αερίων ισχύει:

α) $N_1= N_2$, β) $N_1= 2N_2$, γ) $N_1= 3N_2$.

ii) Για την τελική κατάσταση η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του He, είναι:

α) μικρότερη, β) ίση, γ) μεγαλύτερη

από την αντίστοιχη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του Ar.

iii) Η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου μίγματος των αερίων είναι:

α) $T=1,15T_1$, β) $T= 1,25T_1$, γ) $T= 1,35T_1$.

iv) Η τελική πίεση p΄ θα είναι:

α) p΄ = p, β) p΄ =1,25p, γ) p΄ =1,5p.

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Από την καταστατική εξίσωση για ένα αέριο έχουμε:

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT = N\left(\frac{R}{N_A}\right)T = NkT$$

Οπότε εφαρμόζοντάς την για τα δυο αέρια πριν την ανάμειξη έχουμε:

$$\begin{aligned} p_1V_1 &= N_1kT_1 \quad (1) \\ p_2V_2 &= N_2kT_2 \quad (2) \end{aligned} \Longrightarrow \frac{(1)}{(2)} \Longrightarrow \frac{p_1V_1}{p_2V_2} = \frac{N_1kT_1}{N_2kT_2} \rightarrow \frac{p3V}{p2V} = \frac{N_1kT_1}{N_2k2T_1}$$

$$N_1 = 3N_2$$

Σωστή η γ) πρόταση.

ii) Τελικά στο δοχείο με όγκο V_τ=5V θα επικρατεί μία πίεση και μια θερμοκρασία!

Αλλά η θερμοκρασία συνδέεται με τη μέση (μεταφορική) κινητική ενέργεια των μορίων με τη σχέση:

$$\overline{K} = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$$

Αλλά αφού έχουμε μια θερμοκρασία, οι μέσες κινητικές ενέργειες των μορίων των δύο αερίων, θα είναι ίσες.

Σωστή η β) πρόταση.

iii) Κατά την ανάμειξη των δύο αερίων, το μίγμα δεν πήρε ούτε έδωσε ενέργεια στο περιβάλλον του, οπότε

η ενέργεια του παραμένει σταθερή. Η ενέργεια που μας ενδιαφέρει εδώ είναι η κινητική ενέργεια των μορίων εξαιτίας της άτακτης μεταφορικής τους κίνησης (εσωτερική ενέργεια κάθε αερίου), οπότε:

$$E_{\tau\varepsilon\lambda/o\lambda} = E_{A/o\lambda} + E_{B/o\lambda} \ (3) \rightarrow$$

$$N_1\overline{K}_{1/\tau\varepsilon\lambda} + N_2\overline{K}_{2/\tau\varepsilon\lambda} = N_1\overline{K}_{1/\alpha\rho\chi} + N_2\overline{K}_{2/\alpha\rho\chi}$$

Όπου N_1 ο αριθμός των μορίων του He και N_2 ο αντίστοιχος αριθμός του Ar, οπότε αν T η τελική θερμοκρασία θα έχουμε:

$$N_1 \cdot \frac{3}{2}kT + N_2 \cdot \frac{3}{2}kT = N_1 \cdot \frac{3}{2}kT_1 + N_2 \cdot \frac{3}{2}kT_2 \rightarrow$$

$$(N_1 + N_2) \cdot T = N_1 \cdot T_1 + N_2 \cdot T_2$$

Και με αντικατάσταση $N_1=3N_2$ παίρνουμε:

$$T = \frac{N_1 \cdot T_1 + N_2 \cdot T_2}{N_1 + N_2} = \frac{3N_2 \cdot T_1 + N_2 \cdot 2T_1}{3N_2 + N_2} = \frac{5N_2 \cdot T_1}{4N_2} = 1{,}25T_1$$

Σωστή η β) πρόταση.

iv) Στην τελική κατάσταση θα έχουμε από την καταστατική εξίσωση $p'V_{o\lambda} = N_{o\lambda}kT$ και διαιρώντας κατά μέλη την εξίσωση αυτή με την (1) (ή την (2)) παίρνουμε:

$$\frac{p'V_{o\lambda}}{p_1V_1} = \frac{N_{o\lambda}kT}{N_1kT_1} \rightarrow \frac{p'5V}{p3V} = \frac{(3N_2 + N_2) \cdot 1{,}25T_1}{3N_2kT_1} \rightarrow$$

$$\frac{5p'}{3p} = \frac{4N_2 \cdot \frac{5}{4}}{3N_2} = \frac{5}{2} \rightarrow p' = p$$

Σχόλιο:

Η εξίσωση (1) $E_{\tau\varepsilon\lambda/o\lambda} = E_{A/o\lambda} + E_{B/o\lambda}$ με τη βοήθεια της εσωτερικής ενέργειας, διατυπώνεται ότι η τελική εσωτερική ενέργεια του αερίου μίγματος, είναι ίση με το άθροισμα των αρχικών εσωτερικών ενεργειών των δύο αερίων:

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = U_1 + U_2$$

dmargaris@gmail.com