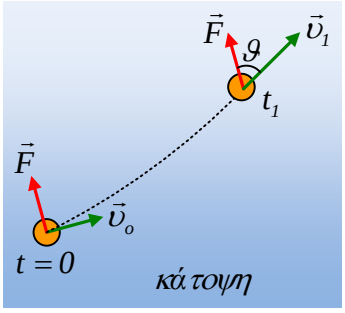
Η ορμή και η καμπυλόγραμμη κίνηση ενός σώματος.



Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο έχοντας ορμή p_o=12kg·m/s. Σε μια στιγμή t_0=0, δέχεται την επίδραση μιας **σταθερής** οριζόντιας δύναμης μέτρου F=4N, με διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας υ_o, όπως στο σχήμα. (Το σχήμα είναι σε κάτοψη, πράγμα που σημαίνει ότι έχουν σχεδιαστεί τα πράγματα, όπως φαίνονται από έναν παρατηρητή, ο οποίος είναι πάνω από το οριζόντιο επίπεδο της κίνησης). Τη στιγμή t_1=4s η ταχύτητα υ_1 του σώματος σχηματίζει γωνία θ με τη διεύθυνση της δύναμης.

Ζητούνται:

i) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1.

ii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος από 0-4s.

iii) Η ορμή του σώματος τη στιγμή t_1.

iv) Αν το σώμα έχει μάζα m=2kg, να βρεθούν:

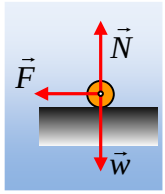
α) Το έργο της δύναμης στο χρονικό διάστημα 0-4s.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές t_0 και t_1.

Απάντηση:

i) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$



Αλλά η ασκούμενη (συνισταμένη) δύναμη είναι σταθερή (πράγμα που σημαίνει σταθερή κατεύθυνση και σταθερό μέτρο, αφού το βάρος και η κάθετη αντίδραση N είναι δυνάμεις κατακόρυφες με μηδενική συνισταμένη), οπότε για όλη τη διάρκεια της κίνησης ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει σταθερή κατεύθυνση αυτή της δύναμης και μέτρο:

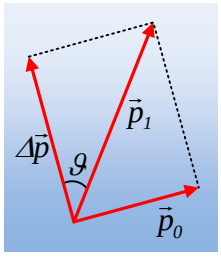
$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F = 4kg \cdot m/s^2.$$

ii) Από τον ίδιο με παραπάνω νόμο, προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής έχει την κατεύθυνση της δύναμης και μέτρο:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t = 4 \cdot 4kg \cdot m/s = 16kg \cdot m/s$$

iii) Από την μεταβολή της ορμής παίρνουμε:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_0 + \Delta\vec{p}$$



Η παραπάνω εξίσωση μας λέει, ότι η ορμή p_1 τη στιγμή t_1, θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της αρχικής ορμής και της μεταβολής της ορμής, στο χρονικό διάστημα 0-4s. Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα έχουμε:

$$p_1 = \sqrt{p_0^2 + (\Delta p)^2} = \sqrt{12^2 + 16^2}\, kg \cdot m/s = 20 kg \cdot m/s$$

$$\text{Και } \varepsilon\phi\vartheta = \frac{p_0}{\Delta p} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

iv) Το σώμα έχει αρχική ταχύτητα $p_0 = m\upsilon_0 \rightarrow \upsilon_0 = \frac{p_0}{m} = \frac{12}{2} m/s = 6 m/s$ ενώ αντίστοιχα τη στιγμή t_1 έχουμε $\upsilon_1 = \frac{p_1}{m} = \frac{20}{2} m/s = 10 m/s$.

α) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα, ανάμεσα στην αρχική θέση (t=0) και τη θέση που βρίσκεται τη στιγμή t_1, έχουμε:

$$K_\tau - K_\alpha = W_F$$

$$W_F = \frac{1}{2} m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2 J - \frac{1}{2} 2 \cdot 6^2 J = 64 J$$

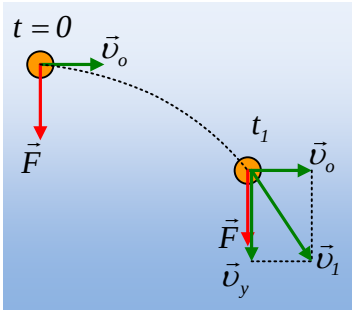
β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας $\frac{\Delta K}{\Delta t}$, είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου που παράγει. Αλλά ο ρυθμός αυτός είναι ίσος με τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης F.

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\Delta t} = F \cdot \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

- Έτσι τη στιγμή t_0=0: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = F \cdot \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = F \cdot \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu 90^o = 0$
- Ενώ τη στιγμή t_0=4s: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = F \cdot \upsilon_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\vartheta = F \cdot \upsilon_1 \cdot \frac{\Delta p}{p_1} = 4 \cdot 10 \cdot \frac{16}{20} J/s = 32 J/s$

Σχόλιο:

Η δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι σταθερή. Αλλά τότε θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, όπως ακριβώς δουλεύουμε στην οριζόντια βολή. Στη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας υ_0 (άξονας x), η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στη διεύθυνση της δύναμης (άξονας y) ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Η τροχιά δηλαδή του σώματος θα είναι μια παραβολή. Δεν έχετε παρά να… περιστρέψετε το σχήμα και να πάρετε την διπλανή εικόνα…



dmargaris@gmail.com