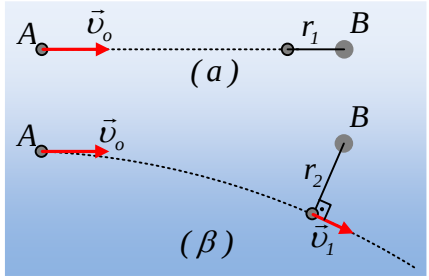
Δυο κινήσεις που θυμίζουν πείραμα Rutherford.



Μια φορτισμένη μικρή σφαίρα Β συγκρατείται ακίνητη σε ένα σημείο. Από μεγάλη απόσταση εκτοξεύεται μια άλλη μικρή φορτισμένη σφαίρα Α, μάζας 0,1g και φορτίου q_1=+0,1μC με αρχική ταχύτητα υ_o=30m/s με κατεύθυνση προς το κέντρο της Β σφαίρας. Η ελάχιστη απόσταση που πλησιάζουν οι δυο σφαίρες είναι r_1=2cm.

Επαναλαμβάνουμε την εκτόξευση, αλλά τώρα μας «ξέφυγε» λίγο η στόχευση, με αποτέλεσμα η σφαίρα να εκτραπεί, εκτελώντας καμπυλόγραμμη κίνηση και να κινηθεί όπως στο β) σχήμα, όπου τώρα η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σφαιρών είναι r_2=3,6cm.

i) Να βρεθεί το φορτίο της Β σφαίρας.

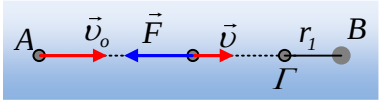
ii) Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα της Α σφαίρας στο β) πείραμα;

iii) Να βρεθεί η μέγιστη επιτάχυνση της Α σφαίρας και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις. Ποιος ο ρόλος των παραπάνω επιταχύνσεων;

iv) Στη θέση της ελάχιστης απόστασης r_2, η τροχιά της σφαίρας είναι καμπυλόγραμμη. Μπορούμε λοιπόν να προσεγγίσουμε μια μικρή περιοχή της τροχιάς αυτής, με κάποιον κύκλο. Να υπολογιστεί η ακτίνα του κύκλου αυτού.

Δίνεται η σταθερά $k_c=9\cdot10^9 Nm^2/C^2$, ενώ τα πειράματα πραγματοποιούνται σε περιοχή που δεν υπάρχουν βαρυτικά πεδία.

Απάντηση:

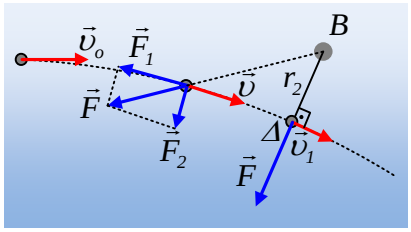


i) Στην (α) περίπτωση η σφαίρα Α πλησιάζει την Β μέχρι την απόσταση r_1, σημείο Γ, πράγμα που σημαίνει ότι επιβραδύνεται κατά την κίνησή της, συνεπώς η σφαίρα Β φέρει και αυτή θετικό φορτίο. Η δύναμη F είναι συντηρητική, οπότε από τη διατήρηση της ενέργειας, θεωρώντας ότι το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται στο άπειρο (μεγάλη απόσταση…) παίρνουμε:

$$K_\infty + U_\infty = K_\Gamma + U_\Gamma \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + 0 = 0 + k_c\frac{q_1 q_2}{r_1} \rightarrow$$

$$q_2 = \frac{m\upsilon_o^2 r_1}{2k_c q_1} = \frac{10^{-4}\cdot 30^2\cdot 2\cdot 10^{-2}}{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 10^{-7}}C = 10^{-6}C = 1\mu C$$



ii) Η ελάχιστη απόσταση στην (β) περίπτωση, είναι σε εκείνη τη θέση Δ, όπου η δύναμη F είναι κάθετη στην ταχύτητα υ_1. Μέχρι τη θέση αυτή η σφαίρα επιβραδύνεται αφού η συνιστώσα F_1 μειώνει το μέτρο της ταχύτητας, ενώ η συνιστώσα F_2 μεταβάλει τη διεύ-

θυνσή της. Μετά τη θέση Δ, η συνιστώσα F_1 θα αυξήσει ξανά το μέτρο της ταχύτητας. Εφαρμόζουμε ξανά τη διατήρηση της ενέργειας:

$$K_\infty + U_\infty = K_\Delta + U_\Delta \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + k_c\frac{q_1q_2}{r_2} \rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2k_c\frac{q_1q_2}{mr_2}} = \sqrt{30^2 - 2\cdot 9\cdot 10^9\frac{10^{-7}\cdot 10^{-6}}{10^{-4}\cdot 3{,}6\cdot 10^{-2}}}m/s = 20m/s$$

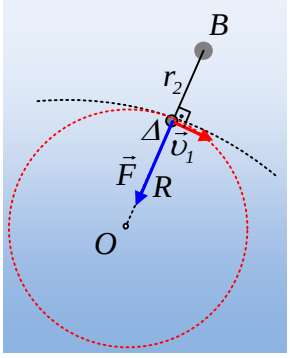
iii) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε ΣF=mα ή F=mα, οπότε μέγιστη επιτάχυνση θα έχουμε στις θέσεις που έχουμε και μέγιστη δύναμη, συνεπώς στα σημεία Γ και Δ. Πράγματι:

Στο σημείο Γ: $k_c\frac{q_1q_2}{r_1^2} = ma_1 \rightarrow a_1 = k_c\frac{q_1q_2}{mr_1^2} = 9\cdot 10^9\frac{10^{-7}\cdot 10^{-6}}{10^{-4}\cdot 4\cdot 10^{-4}}m/s^2 = 2{,}25\cdot 10^4 m/s^2$.

Στο σημείο Δ: $k_c\frac{q_1q_2}{r_2^2} = ma_2 \rightarrow a_2 = k_c\frac{q_1q_2}{mr_2^2} = 9\cdot 10^9\frac{10^{-7}\cdot 10^{-6}}{10^{-4}\cdot 3{,}6^2\cdot 10^{-4}}m/s^2 = 0{,}7\cdot 10^4 m/s^2$.

Η επιτάχυνση στο σημείο Γ, θα αλλάξει το μέτρο της ταχύτητας με αποτέλεσμα η σφαίρα να κινηθεί προς τα αριστερά στο (α) πείραμα. Αντίθετα στο (β) πείραμα στο σημείο Δ, η επιτάχυνση είναι κάθετη στην ταχύτητα. Αλλά τότε είναι μια **κεντρομόλος** επιτάχυνση που θα μεταβάλει τη διεύθυνση της ταχύτητας και όχι το μέτρο της.

iv) Στο (β) πείραμα η σφαίρα διαγράφει την καμπύλη τροχιά που έχει σχεδιασθεί. Αλλά την καμπύλη αυτήν, σε μια μικρή της περιοχή, μπορούμε να την προσεγγίσουμε με κάποιον κύκλο ακτίνας R. Αλλά τότε στον κύκλο αυτόν στο σημείο Δ, η ταχύτητα είναι εφαπτόμενη, ενώ η δύναμη κάθετη στην ταχύτητα, είναι δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη η οποία υποχρεώνει τη σφαίρα να κινηθεί κυκλικά.



$$F = F_\kappa \rightarrow$$

$$k_c\frac{q_1q_2}{r_2^2} = m\frac{\upsilon_1^2}{R} \rightarrow$$

$$R = \frac{m\upsilon_1^2 r_2^2}{k_c q_1 q_2} = \frac{10^{-4}20^2\cdot 3{,}6^2\cdot 10^{-4}}{9\cdot 10^9\cdot 10^{-7}\cdot 10^{-6}}m = 5{,}76\cdot 10^{-2}m = 5{,}76cm$$

Η παραπάνω ακτίνα του κύκλου, ονομάζεται και ***ακτίνα καμπυλότητας*** της τροχιάς στη θέση Δ.

dmargaris@gmail.com