

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ «ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ»
ΤΡΙΩΡΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ : ΚΡΟΥΣΕΙΣ - ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

A1. Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα v συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με δεύτερο αρχικά ακίνητο σώμα μάζας M . Η ταχύτητα του σώματος μάζας M αμέσως μετά την κρούση αυτή θα είναι:

- α) $\frac{M-m}{m+M}v$ β) $\frac{2M}{m+M}v$
γ) $\frac{2m}{m+M}v$ δ) $\frac{m-M}{m+M}v$

(Μονάδες 5)

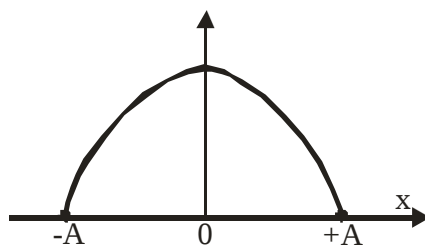
A2. Ένα σώμα αμελητέων διαστάσεων συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με επίπεδο σταθερό τοίχωμα. Η διεύθυνση της ταχύτητας του σώματος πριν την πρόσπτωσή του στο τοίχωμα είναι κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας με την οποία το σώμα ανακλάται από το τοίχωμα. Επομένως:

- α) η γωνία πρόσπτωσης είναι 45° και η γωνία ανάκλασης είναι 45°
β) η γωνία πρόσπτωσης είναι 30° και η γωνία ανάκλασης είναι 60°
γ) η γωνία πρόσπτωσης είναι 60° και η γωνία ανάκλασης είναι 30°
δ) όλες οι προηγούμενες περιπτώσεις είναι δυνατές

(Μονάδες 5)

A3. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A η διπλανή γραφική παράσταση ενέργειας-απομάκρυνσης (x) μας δείχνει:

- α) οπωσδήποτε τη δυναμική ενέργεια
β) οπωσδήποτε την κινητική ενέργεια
γ) οπωσδήποτε την ολική ενέργεια
δ) για να απαντήσουμε πρέπει οπωσδήποτε να γνωρίζουμε την αρχική φάση ϕ_0 .



(Μονάδες 5)

A4. Ένα σώμα εκτελεί συγχρόνως δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και με την ίδια θέση ισορροπίας. Οι απομακρύνσεις τους δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$x_1 = 0,40\eta\mu(8\pi t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{και} \quad x_2 = 0,30\eta\mu(8\pi t - \frac{\pi}{2})$$

Κάποια στιγμή t_1 οι απομακρύνσεις είναι: $x_1 = 0,20\text{m}$ και $x_2 = -0,15\text{m}$

Η συνολική απομάκρυνση του σώματος την ίδια στιγμή t_1 θα είναι:

- α) $x = 0,05\text{m}$ β) $x = - 0,05\text{m}$
γ) $x = 0,35\text{m}$ δ) $x = - 0,35\text{m}$

(Μονάδες 5)

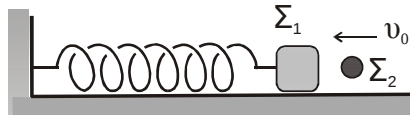
A5. Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι **σωστή**, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι **λανθασμένη**.

- α) Κάθε πλαστική κρούση είναι ανελαστική.
β) Σε μία πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων, όταν το μέτρο της ορμής του ενός σώματος ελαττώνεται, το μέτρο της ορμής του δεύτερου σώματος οπωσδήποτε αυξάνεται.
γ) Τη στιγμή που η φάση μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $\varphi=\pi$, το σώμα διέρχεται οπωσδήποτε από τη θέση ισορροπίας του.
δ) Σε κάθε εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης $b=0$ το πλάτος της ταλάντωσης τείνει στο άπειρο.
ε) Στην απλή αρμονική ταλάντωση και το διακρότημα το πλάτος μεταβάλλεται περιοδικά με τον χρόνο.

(Μονάδες 5)

Θέμα Β

B1. Το σώμα Σ_1 του σχήματος, μάζας m , είναι συνδεδεμένο με το ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου και ισορροπεί ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το σώμα Σ_2 , ίσης μάζας m , κινείται στη διεύθυνση του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου v_0 . Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συγκρούονται μεταξύ τους μετωπικά. Όταν η κρούση είναι ελαστική το Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενέργειας E_1 . Όταν η κρούση είναι πλαστική το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενέργειας E_2 , για την οποία ισχύει:



- i) $E_2 = E_1$ ii) $E_2 = \frac{E_1}{2}$ iii) $E_2 = \frac{E_1}{4}$

α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

B2. Ένα σώμα πραγματοποιεί απλή αρμονική ταλάντωση και κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση περνά διαδοχικά από τα σημεία Β, Γ και Δ με ταχύτητες αντίστοιχα: $v_B=0$, v_Γ και v_Δ . Η θέση ισορροπίας της απλής αρμονικής ταλάντωσης βρίσκεται μεταξύ των σημείων Γ και Δ.

Δίνονται: $(B\Gamma)=(\Gamma\Delta)=d$ και $\frac{v_\Gamma}{v_\Delta} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι:

$$\text{i)} A = \frac{4d}{3}$$

$$\text{ii)} A = \frac{3d}{2}$$

$$\text{iii)} A = \frac{5d}{3}$$

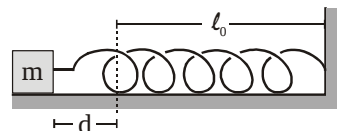
α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

B3. Το σώμα του διπλανού σχήματος είναι συνδεδεμένο με το ελεύθερο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου. Ανάμεσα στο οριζόντιο δάπεδο και το σώμα υπάρχει συντελεστής τριβής ολίσθησης μ . Απομακρύνουμε το σώμα κατά d από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα ($v_0=0$). Το σώμα κινείται. Η κίνησή του είναι φθίνουσα ταλάντωση, στην οποία το πλάτος μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $A = de^{-\Lambda t}$, όπου το Λ είναι θετική σταθερά.



i) λάθος

ii) σωστό

iii) σωστό, μόνο όταν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ δεν είναι πολύ μεγάλος

α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

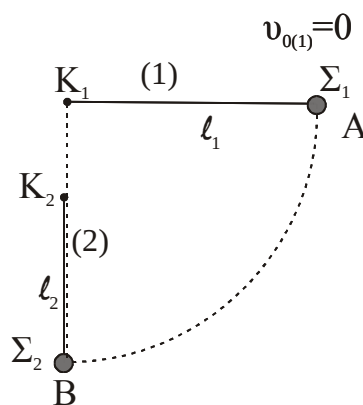
(Μονάδες 2)

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

Θέμα Γ

Τα σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 του σχήματος, ίσων μαζών $m=0,3\text{kg}$, συνδέονται στα άκρα των δύο αβαρών νημάτων (1) και (2) αντίστοιχα. Τα σταθερά μήκη των νημάτων είναι $\ell_1 = 0,8\text{m}$ και ℓ_2 . Τα άλλα άκρα των νημάτων συνδέονται αντίστοιχα στα σταθερά σημεία K_1 και K_2 που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και: $\ell_1 = (K_1K_2) + \ell_2$. Το Σ_2 αρχικά ισορροπεί ακίνητο στη θέση B, με το νήμα (2) κατακόρυφο. Το νήμα (1) αρχικά είναι οριζόντιο. Αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα το Σ_1 από το σημείο A. Το σφαιρίδιο διαγράφει κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο ακτίνας ℓ_1 και τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σφαιρίδιο Σ_2 .



(Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$)

Γ1. Το μήκος του νήματος (2) είναι $\ell_2 = 0,6\text{m}$.

Γ1(1) Να υπολογίσετε τα μέτρα των τάσεων των νημάτων (1) και (2) αμέσως μετά την ελαστική κρούση, ενώ και τα δύο νήματα είναι κατακόρυφα.

(Μονάδες 5+5)

Γ1(2) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_2 , τη στιγμή που το νήμα (2) γίνεται οριζόντιο.

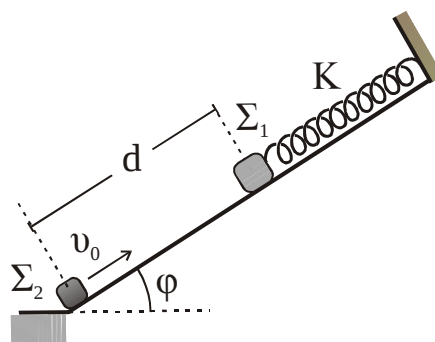
(Μονάδες 8)

Γ2. Να υπολογίσετε το μήκος ℓ_2 του νήματος (2), ώστε το Σ_2 μετά την ελαστική κρούση να διαγράφει οριακά πλήρη κατακόρυφη κυκλική τροχιά.

(Μονάδες 7)

Θέμα Δ

Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{kg}$ ισορροπεί ακίνητο στο λείο πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ και είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K=100\text{N/m}$. Δίνουμε στο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$, που βρίσκεται στη βάση του πλάγιου επιπέδου και σε απόσταση $d=2\text{m}$ από το Σ_1 , ταχύτητα $v_0 = \frac{14}{3}\text{m/s}$ ώστε να συγκρουστεί



πλαστικά με το Σ_1 . Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=K$. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Να υπολογίσετε:

Δ1. το έργο της δύναμης που το Σ_2 ασκεί στο Σ_1 κατά την πλαστική κρούση.

(Μονάδες 5)

Δ2. τη γωνιακή συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

(Μονάδες 5+5)

Δ3. την ελάχιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

(Μονάδες 5)

Δ4. τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου γίνεται ελάχιστη για πρώτη φορά.

(Μονάδες 5)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1. (γ), **A2.** (α), **A3.** (β), **A4.** (α), **A5.** α) (Σ), β) (Λ), γ) (Σ), δ) (Λ), ε) (Λ)

Θέμα Β

B1. α) Σωστό το (ii).

β) Αμέσως μετά την ελαστική κρούση το Σ_1 κάνει α.α.τ. με θέση ισορροπίας την αρχική του θέση (θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου). Η ταχύτητά του αμέσως μετά την κρούση, θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της α.α.τ.

$$v_1' = v_0 \quad \text{άρα} \quad v_{1 \max} = v_0$$

$$E_1 = K_{1 \max} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_{1 \max}^2 \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα κάνει α.α.τ. με θέση ισορροπίας επίσης τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της α.α.τ. Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση.

$$p_{\text{ολ πριν}} = p_{\text{ολ μετά}} \Rightarrow m v_0 + 0 = (m+m) v_\sigma \Rightarrow$$

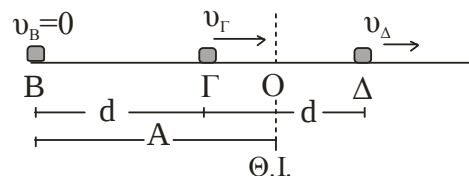
$$v_\sigma = \frac{v_0}{2} \quad \text{άρα} \quad v_{2 \max} = \frac{v_0}{2}$$

$$E_2 = K_{2 \max} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} (2m) v_{2 \max}^2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} (2m) \left(\frac{v_0}{2} \right)^2 \Rightarrow$$

$$E_2 = \frac{1}{2} (2m) \frac{v_0^2}{4} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m v_0^2 \right) \text{ άρα } E_2 = \frac{E_1}{2}$$

B2. α) Σωστό το (i).

β) Στη θέση Β η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική, επομένως είναι ακραία θέση της α.α.τ. Στο σχήμα φαίνεται το σώμα στις τρεις θέσεις της κίνησής του και η θέση ισορροπίας Ο.



Για τις απομακρύνσεις x_Γ και x_Δ ισχύει αντίστοιχα:

$$x_\Gamma = d - A \quad \text{και} \quad x_\Delta = 2d - A$$

Η ενέργεια της α.α.τ. μένει σταθερή.

$$\frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} D x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

Από τις ταχύτητες έχουμε:

$$\frac{v_{\Gamma}}{v_{\Delta}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{v_{\Gamma}^2}{v_{\Delta}^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{\omega^2(A^2 - x_{\Gamma}^2)}{\omega^2(A^2 - x_{\Delta}^2)} = \frac{5}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{A^2 - (d-A)^2}{A^2 - (2d-A)^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{(A-d+A)(A+d-A)}{(A-2d+A)(A+2d-A)} = \frac{5}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{2A-d}{4A-4d} = \frac{5}{4} \Rightarrow A = \frac{4d}{3}$$

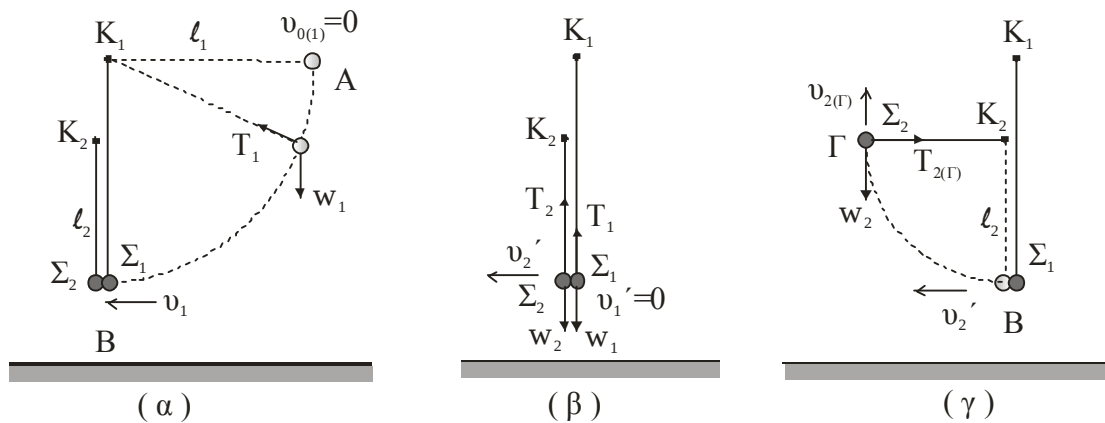
B3. α) Σωστό το (i).

β) Το μέτρο της τριβής, που προκαλεί απώλεια στην ενέργεια του συστήματος ελατήριο- σώμα, είναι σταθερό και ανεξάρτητο της ταχύτητας του σώματος.

$$T = \mu N \Rightarrow T = \mu mg = \text{σταθερό}$$

Επομένως: $F_{\text{αντ.}} \neq -bv$

Θέμα Γ



Γ1(1) Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το Σ_1 από το A, στο B (σχήμα α).

$$K_{1(B)} - K_{1(A)} = W_{w1(A,B)} + W_{T1(A,B)}$$

Η τάση του νήματος είναι κάθε στιγμή κάθετη στην ταχύτητα του Σ_1 , επομένως και στις διαδοχικές στοιχειώδεις μετατοπίσεις του, έτσι το έργο της θα είναι μηδενικό.

$$\frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = mg\ell_1 + 0 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g\ell_1}$$

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική και οι μάζες των σφαιριδίων είναι ίσες μεταξύ τους. Τα σφαιρίδια ανταλλάσσουν ταχύτητες (σχήμα β).

$$v_1' = 0 \quad \text{και} \quad v_2' = \sqrt{2g\ell_1}$$

Το Σ_1 ισορροπεί ακίνητο.

$$(\Sigma F)_{1(B)} = 0 \Rightarrow T_1 = w_1 \Rightarrow T_1 = mg \Rightarrow T_1 = 3N$$

Το Σ_2 κινείται κυκλικά. Η συνισταμένη στη διεύθυνση του νήματος θα είναι η κεντρομόλος δύναμη.

$$(\Sigma F)_{2(B)} = \frac{m(v_2')^2}{\ell_2} \Rightarrow T_2 - w_2 = \frac{m(\sqrt{2g\ell_1})^2}{\ell_2} \Rightarrow$$

$$T_2 = mg + \frac{m2g\ell_1}{\ell_2} \Rightarrow T_2 = 11N$$

Γ1(2) Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το Σ_2 από το Β στο Γ (σχήμα γ).

$$K_{2(\Gamma)} - K_{2(B)} = W_{w2(B,\Gamma)} + W_{T2(B,\Gamma)}$$

Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδενικό.

$$\frac{1}{2} m v_{2(\Gamma)}^2 - \frac{1}{2} m (v_2')^2 = -mg\ell_2 + 0 \Rightarrow$$

$$v_{2(\Gamma)} = \sqrt{2g(\ell_1 - \ell_2)} \Rightarrow v_{2(\Gamma)} = 2m/s$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας συνδέεται με τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας. Οι δυνάμεις που δρουν στη διεύθυνση της ταχύτητας μεταβάλλουν το μέτρο της (κατακόρυφος άξονας y).

$$\left(\frac{\Delta K_2}{\Delta t}\right)_\Gamma = \frac{\Sigma W_{Fy}}{\Delta t} \Rightarrow \left(\frac{\Delta K_2}{\Delta t}\right)_\Gamma = -w_2 v_{2(\Gamma)} \Rightarrow \left(\frac{\Delta K_2}{\Delta t}\right)_\Gamma = -6J/s$$

Γ2. Το Δ είναι το ανώτερο σημείο της κατακόρυφης κυκλικής τροχιάς του Σ_2 . Από την κεντρομόλο δύναμη στο σημείο Δ έχουμε:

$$(\Sigma F)_{2(\Delta)} = \frac{m v_{2(\Delta)}^2}{\ell_2} \Rightarrow w_2 + T_{2(\Delta)} = \frac{m v_{2(\Delta)}^2}{\ell_2}$$

Το Σ_2 πραγματοποιεί την κατακόρυφη κυκλική κίνηση οριακά, επομένως:

$$mg + 0 = \frac{m v_{2(\Delta)}^2}{\ell_2} \Rightarrow v_{2(\Delta)} = \sqrt{g\ell_2}$$

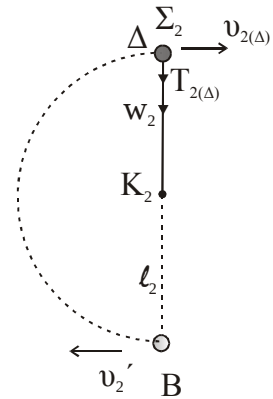
Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το Σ_2 από το Β, στο Δ (σχήμα δ).

$$K_{2(\Delta)} - K_{2(B)} = W_{w2(B,\Delta)} + W_{T2(B,\Delta)}$$

Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδενικό.

$$\frac{1}{2} m v_{2(\Delta)}^2 - \frac{1}{2} m (v_2')^2 = -mg2\ell_2 + 0 \Rightarrow v_{2(\Delta)}^2 - (v_2')^2 = -4g\ell_2 \Rightarrow$$

$$g\ell_2 - 2g\ell_1 = -4g\ell_2 \Rightarrow \ell_2 = \frac{2\ell_1}{5} \Rightarrow \ell_2 = 0,32m$$



(δ)

Θέμα Δ

- Δ1. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για τη μετατόπιση του Σ_2 κατά d .

$$\frac{1}{2}m_2v^2 - \frac{1}{2}m_2v_0^2 = -m_2g(\eta\mu 30^\circ)d$$

$$\text{άρα } v = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. κατά την πλαστική κρούση.

$$m_2 \cdot v + m_1 \cdot 0 = (m_1 + m_2)v_\sigma \Rightarrow$$

$$v_\sigma = 1 \text{ m/s}$$

Σε κάθε κρούση το σύστημα των σωμάτων θεωρείται μονωμένο. Στην κρούση, από τις δυνάμεις που ασκούνται στο Σ_1 , έργο παράγει μόνο η δύναμη που του ασκεί το Σ_2 . Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. στο Σ_1 για την κρούση.

$$K_{1\text{μετά}} - K_{1\text{πριν}} = (\Sigma W)_1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1v_\sigma^2 - 0 = (\Sigma W)_1 \Rightarrow (\Sigma W)_1 = 0,5 \text{ J}$$

- Δ2. $D = K = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$

Το Σ_1 ισορροπεί:

$$F_{ελ} = w_{1x} \Rightarrow K\Delta\ell = m_1g\eta\mu 30^\circ \Rightarrow \Delta\ell = 0,05 \text{ m}$$

Το συσσωμάτωμα ισορροπεί:

$$F_{ελ}' = w_{\sigma x} \Rightarrow K(\Delta\ell)' = (m_1 + m_2)g\eta\mu 30^\circ \Rightarrow (\Delta\ell)' = 0,20 \text{ m}$$

$$\text{Άρα: } x = (\Delta\ell)' - \Delta\ell \Rightarrow x = 0,15 \text{ m}$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης μένει σταθερή, άρα:

$$\frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_\sigma^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow A = 0,25 \text{ m}$$

- Δ3. Είναι: $A = 0,25 \text{ m} > (\Delta\ell)' = 0,20 \text{ m}$, άρα το ελατήριο συσπείρώνεται. Τη στιγμή που το συσσωμάτωμα περνά για πρώτη φορά από τη θέση φυσικού μήκους (θ.φ.μ.), η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μηδενίζεται. $U_{ελ\text{min}} = 0$

- Δ4. Την ίδια στιγμή η απομάκρυνση είναι $x' = (\Delta\ell)' = 0,20 \text{ m}$ και η ταχύτητα v' . Η ενέργεια της ταλάντωσης μένει σταθερή, άρα:

$$\frac{1}{2}Kx'^2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow v' = 0,75 \text{ m/s}$$

Η επιτάχυνση του συσσωματώματος έχει φορά προς τη θέση ισορροπίας και μέτρο α' .

$$Kx' = (m_1 + m_2)\alpha' \Rightarrow \alpha' = 5 \text{ m/s}^2$$

Εργαζόμαστε όπως στο ερώτημα Γ1(2).

$$\frac{dK_2}{dt} = -F_{ολ(2)} \cdot v' \Rightarrow \frac{dK_2}{dt} = -m_2\alpha' \cdot v' \Rightarrow \frac{dK_2}{dt} = -11,25 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

