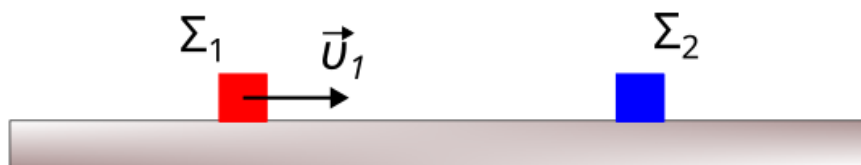


Διερευνώντας μία ανελαστική κρούση

Στο σχήμα φαίνονται δύο όμοια σώματα αμελητέων διαστάσεων πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα Σ_1 έχει μάζα $m_1 = m$ και κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $5m/s$, ενώ το σώμα Σ_2 που έχει επίσης μάζα $m_2 = m$, είναι αρχικά ακίνητο.



Κάποια στιγμή, τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ανελαστικά και το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την κρούση κινείται με ταχύτητα μέτρου $2m/s$. Η διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων θεωρείται αμελητέα.

- A. Να αποδείξετε ότι η κρούση των δύο σωμάτων δεν είναι πλαστική.
- B. Να υπολογίσετε το ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων λόγω της κρούσης.
- Γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.
- Δ. Να υπολογίσετε το ποσοστό της ορμής του σώματος Σ_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα Σ_2 κατά την κρούση.

Απάντηση

A. Εάν η κεντρική κρούση των δύο σωμάτων ήταν πλαστική, τότε θα δημιουργούσαν συσσωμάτωμα μάζας $M = m_1 + m_2 = 2m$, το οποίο θα κινούταν με ταχύτητα μέτρου $2m/s$ με φορά κίνησης την αρχική φορά κίνησης του σώματος Σ_1 .

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ορμής κατά την κρούση στην περίπτωση αυτή και θεωρώντας θετική την αρχική φορά κίνησης του σώματος Σ_1 , θα είχαμε:

$$\vec{p}_{ολ} = \vec{p}'_{ολ} \Rightarrow mv_1 = MV \Rightarrow 5m = 2m \cdot 2 \Rightarrow 5 = 4$$

άτοπο. Άρα, η κεντρική κρούση των δύο σωμάτων δεν είναι πλαστική.

B. Θα θεωρήσουμε την αρχική φορά κίνησης του Σ_1 (δεξιά με βάση το σχήμα) ως θετική. Έτσι, η αλγεβρική τιμή της αρχικής του ταχύτητας θα είναι ίση με $v_1 = +5m/s$.

Αφού η κρούση των δύο σωμάτων δεν είναι πλαστική, θα χρειαστεί να προσδιορίσουμε και την ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως μετά από αυτή. Δεν γνωρίζουμε όμως τη φορά κίνησης του Σ_1 αμέσως μετά την κρούση.

- Έστω ότι το σώμα Σ_1 αλλάζει φορά κίνησης λόγω της κρούσης. Έτσι, υποθέτουμε ότι (σύμφωνα και με τη θετική φορά που θεωρήσαμε) μετά την κρούση κινείται προς τα αριστερά, με ταχύτητα αλγεβρικής τιμής $v'_1 = -2m/s$.

Με εφαρμογή της Α.Δ.Ο. στην περίπτωση αυτή, για την ταχύτητα του Σ_2 μετά από την κρούση προκύπτει ότι

$$\begin{aligned}\vec{p}_{o\lambda} &= \vec{p}'_{o\lambda} \Rightarrow mv_1 = mv'_1 + mv'_2 \Rightarrow v'_2 = v_1 - v'_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v'_2 = +5m/s - (-2m/s) \Rightarrow v'_2 = +7m/s\end{aligned}$$

Στην περίπτωση αυτή, η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν από την κρούση είναι ίση με

$$K_{o\lambda} = K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow K_{o\lambda} = 12,5m \quad (S.I.)$$

και η αντίστοιχη κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά από την κρούση ισούται με

$$K'_{o\lambda} = K'_1 + K'_2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2 \Rightarrow K'_{o\lambda} = 26,5m \quad (S.I.)$$

Παρατηρούμε ότι $K'_{o\lambda} > K_{o\lambda}$, άτοπο, καθώς παραβιάζεται η Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας.

- Επομένως, αντιλαμβανόμαστε ότι το σώμα Σ_1 διατηρεί τη φορά κίνησής του μετά την κρούση, με αποτέλεσμα η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του μετά την κρούση να είναι ίση με $v'_1 = +2m/s$.

Με εφαρμογή της Α.Δ.Ο., η ταχύτητα του Σ_2 μετά από την κρούση προκύπτει ίση με

$$\begin{aligned}\vec{p}_{o\lambda} &= \vec{p}'_{o\lambda} \Rightarrow mv_1 = mv'_1 + mv'_2 \Rightarrow v'_2 = v_1 - v'_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v'_2 = +5m/s - (+2m/s) \Rightarrow \boxed{v'_2 = +3m/s}\end{aligned}$$

Τώρα, μπορούμε να δούμε ότι $K'_{o\lambda} < K_{o\lambda}$, καθώς

$$K'_{o\lambda} = K'_1 + K'_2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2 \Rightarrow K'_{o\lambda} = 6,5m \quad (S.I.)$$

Οπότε, το ζητούμενο ποσοστό ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων λόγω της ανελαστικής κρούσης τους, είναι ίσο με:

$$\begin{aligned}\pi_{o\lambda} &= \frac{|\Delta K_{o\lambda}|}{K_{o\lambda}} \cdot 100\% = \frac{12,5m - 6,5m}{12,5m} \cdot 100\% = \frac{6}{12,5} \cdot 100\% \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{\pi_{o\lambda} = 48\%}\end{aligned}$$

Γ. Για το ζητούμενο ποσοστό της μεταβιβαζόμενης κινητικής ενέργειας από το Σ_1 στο Σ_2 έχουμε:

$$\pi_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K'_2}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi_{1 \rightarrow 2} = \frac{\frac{1}{2} m v_2'^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} \cdot 100\% = \frac{9}{25} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\pi_{1 \rightarrow 2} = 36\%}$$

Δ. Για το ζητούμενο ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ορμής από το Σ_1 στο Σ_2 έχουμε:

$$\pi'_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta p_2}{p_1} \cdot 100\% = \frac{p_2'}{p_1} \cdot 100\% = \frac{m v_2'}{m v_1} \cdot 100\% = \frac{3}{5} \cdot 100\% \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \boxed{\pi'_{1 \rightarrow 2} = 60\%}$$

Μίλτος Καδιτζόγλου

miltoskadiltzoglou@gmail.com