

## Εισαγωγή πλαισίου σε ΟΜΠ

Ένα τετράγωνο μεταλλικό πλαίσιο πλευράς  $l=0,3\text{m}$ , ισορροπεί με την επίδραση κατακόρυφης δύναμης  $F$ , η οποία ασκείται μέσω νήματος (η τάση του νήματος), με την πάνω πλευρά του να συμπίπτει με τα όρια, ενός οριζόντιου μαγνητικού πεδίου έντασης  $B=1\text{T}$ , όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή  $t_0=0$  αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης  $F$ , προσδίδοντας στο πλαίσιο σταθερή επιτάχυνση  $a=0,6\text{m/s}^2$ , μέχρι να ολοκληρωθεί η είσοδος του στο πεδίο.

Δίνεται η μάζα του πλαισίου  $m=50\text{g}$  και η αντίστασή του  $R=0,09\Omega$ .

i) Για τη χρονική στιγμή  $t_1=0,5\text{s}$ :

α) Να βρεθεί η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στο πλαίσιο, καθώς και η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

β) Η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στο πλαίσιο. Τι ενεργειακή μεταφορά ή μετατροπή εκφράζει η ισχύς αυτή;

ii) Θεωρώντας ότι η κάθετη στο πλαίσιο έχει την ίδια κατεύθυνση με την ένταση του πεδίου, ενώ η προς τα πάνω κατεύθυνση λαμβάνεται ως θετική, να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:

α) Της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το πλαίσιο, της ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται πάνω του, καθώς και της έντασης του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα.

β) της δύναμης Laplace και της τάσης  $F$  του νήματος.

μέχρι την είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο.

Δίνεται  $\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$ , ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ .

### Απάντησθε:

i) Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το πλαίσιο βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο σχήμα, έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v_1$ , οπότε στην πλευρά του ΑΓ αναπτύσσεται μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής, με πολικότητα αυτή του σχήματος, οπότε το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα με φορά αντιωρολογιακής. Για την ταχύτητα έχουμε:

$$v_1 = at_1 = 0,6 \cdot 0,5 \text{ m/s} = 0,3 \text{ m/s}$$

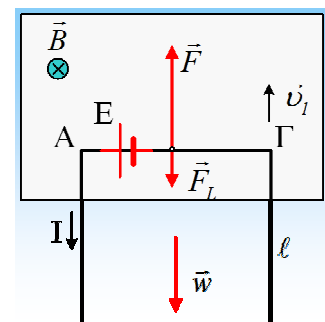
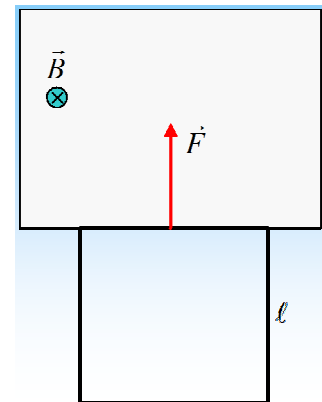
α) Για την ΗΕΔ λόγω επαγωγής, πάνω στην ΑΓ έχουμε:

$$E_1 = Bv_1l = 1 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \text{ V} = 0,09 \text{ V} \rightarrow$$

$$I_1 = \frac{E_1}{R} = \frac{0,09 \text{ V}}{0,09 \Omega} = 1 \text{ A}$$

β) Για την ισχύ του βάρους έχουμε:

$$P_w = w \cdot v_1 \cdot \sin 180^\circ = -mg \cdot v_1 = -0,05 \cdot 10 \cdot 0,3 \text{ W} = -0,15 \text{ W}$$



Η ισχύς αυτή εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η δυναμική ενέργεια του πλαισίου, αφού:

$$W_w = -\Delta U \rightarrow \frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = +0,15 \text{ J/s}$$

Η δύναμη Laplace έχει μέτρο  $F_L = BI\ell = 1 \cdot 1 \cdot 0,3 \text{ N} = 0,3 \text{ N}$ , οπότε η ισχύς της είναι ίση:

$$P_{F_L} = F_L \cdot v_1 \cdot \cos 180^\circ = -F_L \cdot v_1 = -0,3 \cdot 0,3 \text{ W} = -0,09 \text{ W}$$

Η παραπάνω ισχύς εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο η δύναμη Laplace αφαιρεί μηχανική ενέργεια από το πλαίσιο και την μετατρέπει σε ηλεκτρική στο κύκλωμα. Πράγματι για την ηλεκτρική ισχύ έχουμε:

$$P_{\eta\lambda} = P_Q = E_1 \cdot I_1 = I_1^2 R = I^2 \cdot 0,09 \text{ W} = 0,09 \text{ W}$$

Ενώ από τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \rightarrow F - F_L - mg = ma \rightarrow F = F_L + mg = ma \rightarrow \\ F_1 &= 0,3 \text{ N} + 0,05 \cdot 10 \text{ N} + 0,05 \cdot 0,6 \text{ N} = 0,83 \text{ N} \end{aligned}$$

Οπότε για την ισχύ της θα έχουμε:

$$P_{F_1} = F_1 \cdot v_1 \cdot \cos 0^\circ = F_1 \cdot v_1 = 0,83 \cdot 0,3 \text{ W} = 0,249 \text{ W}$$

Η ισχύς αυτή εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο πλαίσιο, από αυτόν που τραβάει το νήμα και ασκεί την δύναμη F. Η ισχύς αυτή, εμφανίζεται κατά ένα μέρος σε ηλεκτρική ενέργεια, ένα μέρος σαν δυναμική ενέργεια και το υπόλοιπο με την μορφή της κινητικής ενέργειας του πλαισίου.

(Μπορείτε να το επαληθεύσετε με βάση τις αριθμητικές τιμές των παραπάνω μεγεθών;).

- ii) Έστω ότι μια τυχαία στιγμή t το πλαίσιο έχει εισέλθει κατά x στο πεδίο, όπως στο σχήμα. Παίρνοντας την κάθετη στο επίπεδο του πλαισίου, να έχει φορά προς τα μέσα, ουσιαστικά ορίζουμε μια φορά διαγραφής της περιμέτρου του πλαισίου, όπου με βάση το κανόνα του δεξιού χεριού, αυτή είναι η ωρολογιακή φορά, όπως στο σχήμα. Εξάλλου, για τον χρόνο που διαρκεί η είσοδος του πλαισίου, ισχύει:

$$x = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{x=\ell} t_2 = \sqrt{\frac{2\ell}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3}{0,6}} \text{ s} = 1 \text{ s}$$

Με βάση αυτές τις παραδοχές:

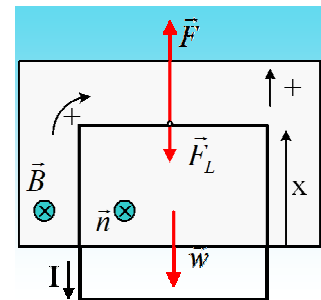
- α) Για την μαγνητική ροή, τη στιγμή t, ισχύει:

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \cos 0^\circ = \mathbf{B} \cdot \ell \cdot x = \mathbf{B} \cdot \ell \cdot \frac{1}{2} at^2 = 1 \cdot 0,3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,6 t^2 = 0,09 t^2 \text{ (S.I.)} \quad (1)$$

Για την ΗΕΔ από επαγωγή, έχουμε:

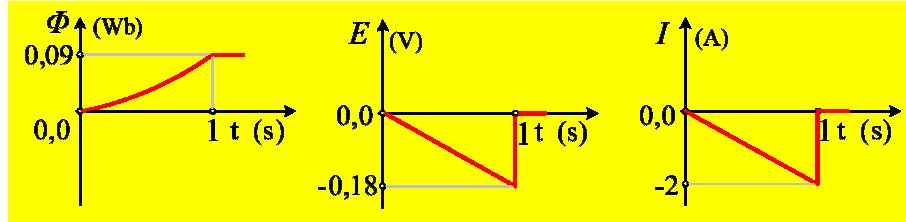
$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(0,09 t^2)}{dt} = -0,09 \frac{d(t^2)}{dt} = -0,18 t \text{ (S.I.)} \quad (2)$$

Ενώ το κύκλωμα, διαρρέεται από ρεύμα με ένταση:



$$I = \frac{E}{R} = \frac{-0,18t}{0,09} = -2t \text{ (S.I.)} \quad (3)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η είσοδος ολοκληρώνεται τη στιγμή  $t_2=1s$ , χαράσσουμε τις τρεις γραφικές παραστάσεις για τις συναρτήσεις (1), (2) και (3).



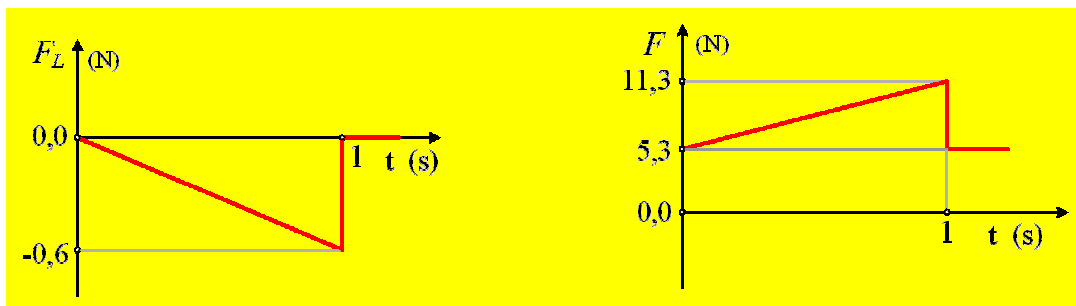
β) Η δύναμη Laplace έχει μέτρο  $|F_L|=B|I|l=B \cdot l \cdot 2t=0,6t$  (S.I.), αλλά η φορά της είναι προς τα κάτω, οπότε με βάση την σύμβαση η αλγεβρική της τιμή, θα ικανοποιεί την συνάρτηση:

$$F_L = -0,6t \quad (4)$$

Ενώ γράφοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα, με τις αλγεβρικές τιμές, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} = m\vec{a} &\rightarrow F + F_L + w = ma \rightarrow F - 0,6t - mg = ma \rightarrow \\ F = m(g + a) + 0,6t &= 0,05 \cdot (10 + 0,6) + 0,6t = 0,53 + 0,6t \text{ (S.I.)} \quad (5) \end{aligned}$$

Και οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις:



**Σχόλιο:**

Θα μπορούσαμε να αποφύγουμε την παραγωγή στον υπολογισμό της ΗΕΔ, λαμβάνοντας υπόψη την πολικότητά της, όπως την βρήκαμε στο i) ερώτημα και με αρνητικό πρόσημο, με βάση τον καθορισμό της κάθετης στο πλαίσιο, θα έχουμε:

$$E = -Bvl = -Bl \cdot \alpha t = -0,18t \text{ (S.I.)}$$

**Υλικό Φυσικής-Χημείας**

Γιατί το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονόσης Μάργαρης*