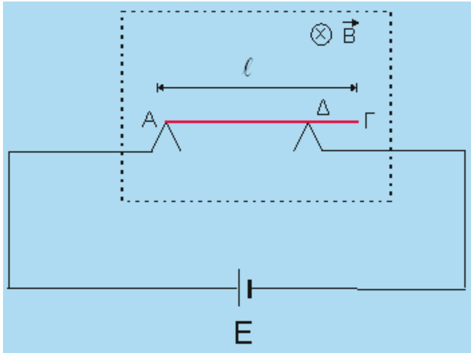
Η μέγιστη Η.Ε.Δ.

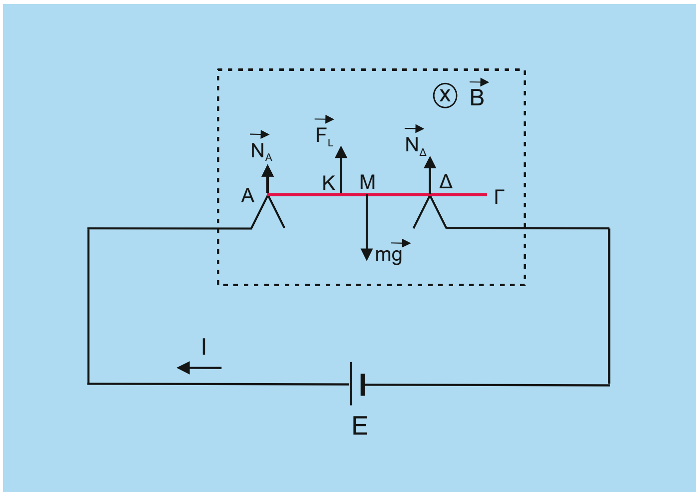
Λεπτή ομογενής και ισοπαχής μεταλλική ράβδος ΑΓ μάζας m, μήκους ℓ και αντίστασης R ακουμπά στα σημεία της Α και Δ, όπου (ΔΓ) = $\frac{\ell}{4}$, σε αγώγιμα στηρίγματα, τα οποία συνδέονται μέσω ιδανικών αγωγών με ιδανική πηγή. Η ράβδος βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, κάθετα στις γραμμές του, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η επιτάχυνση βαρύτητας έχει μέτρο g. Η μέγιστη τιμή της Η.Ε.Δ. της πηγής, ώστε η ράβδος να ισορροπεί είναι:



α. $E=\dfrac{2\cdot m\cdot g\cdot R}{3\cdot B\cdot \ell}$ β. $E=\dfrac{m\cdot g\cdot R}{B\cdot \ell}$ γ. $E=\dfrac{4\cdot m\cdot g\cdot R}{3\cdot B\cdot \ell}$

Απάντηση

Η ράβδος δέχεται το βάρος της στο μέσο της Μ, τη δύναμη Laplace στο μέσο Κ του τμήματος ΑΔ, που διαρρέεται από ρεύμα και τις δυνάμεις στήριξης στα σημεία Α και Δ. Επειδή η ράβδος είναι ομογενής και ισοπαχής θα είναι $R_{A\Delta}=\frac{3}{4}\cdot R$.



Η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα θα είναι $I=\dfrac{E}{R_{A\Delta}}\rightarrow I=\dfrac{4\cdot E}{3\cdot R}$ (1)

Όσο ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(\Delta)}=0\rightarrow N_A\cdot(A\Delta)+F_L\cdot(K\Delta)-m\cdot g\cdot(M\Delta)=0\rightarrow$$

$$\rightarrow N_A\cdot\frac{3\cdot\ell}{4}+F_L\cdot\frac{3\cdot\ell}{8}-m\cdot g\cdot\frac{\ell}{4}=0\rightarrow N_A=\frac{m\cdot g}{3}-\frac{F_L}{2}\quad(2)$$

Από τη σχέση (2) φαίνεται ότι αυξανομένου του μέτρου της $\vec{F}_L$, το μέτρο της $\vec{N}_A$ μειώνεται. Για να διατηρείται η ισορροπία πρέπει $N_A\geq 0$, οπότε από τη σχέση (2) προκύπτει

$$N_A \geq 0 \rightarrow \frac{m \cdot g}{3} - \frac{F_L}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{m \cdot g}{3} - \frac{B \cdot I \cdot (A\Delta)}{2} \geq 0 \xrightarrow{(1)} \frac{m \cdot g}{3} - \frac{B \cdot \frac{4 \cdot E}{3 \cdot R} \cdot \frac{3 \cdot \ell}{4}}{2} \geq 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{m \cdot g}{3} - \frac{B \cdot E \cdot \ell}{2 \cdot R} \geq 0 \rightarrow \frac{m \cdot g}{3} \geq \frac{B \cdot E \cdot \ell}{2 \cdot R} \rightarrow E \leq \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot R}{3 \cdot B \cdot \ell}$$

Επομένως η μέγιστη τιμή της Η.Ε.Δ. είναι $E = \dfrac{2 \cdot m \cdot g \cdot R}{3 \cdot B \cdot \ell}$

Σωστή η πρόταση (α)

Σχόλιο

Από την απαίτηση $N_A \geq 0 \rightarrow \dfrac{m \cdot g}{3} - \dfrac{F_L}{2} \geq 0$ προκύπτει ότι πρέπει $F_L \leq \dfrac{2 \cdot m \cdot g}{3}$, άρα οπωσδήποτε και $F_L < m \cdot g$. Έτσι καλύπτεται και η απαίτηση για τη μεταφορική ισορροπία της ράβδου…

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com