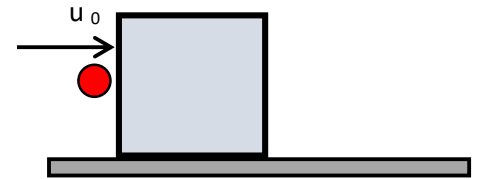


ΘΕΜΑΤΑΚΙΑ ΜΕ ΒΛΗΜΑ-ΣΩΜΑ ( ΜΕ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ 1 ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ )

Παράδειγμα 1

Ομογενές σώμα μάζας  $M=0,9\text{Kg}$  είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα έχει σχήμα κύβου πλευράς  $a=0,2\text{m}$ . Βλήμα μάζας  $m=0,1\text{Kg}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u_0$  σφηνώνεται στο σώμα σε χρονικό διάστημα  $t_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Το βλήμα ακινητοποιείται ως προς το σώμα, στο κέντρο του σώματος. Θεωρούμε το βλήμα χωρίς διαστάσεις και τη δύναμη μεταξύ βλήματος –σώματος σταθερού μέτρου, ίσου με τη μέση τιμή του μέτρου της δύναμης μεταξύ τους.



Να βρείτε

- α) Το μέτρο της ταχύτητας  $V$  του συσσωματώματος
- β) Το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$
- γ) Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων.
- δ) Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Απάντηση.

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ μεταξύ των στιγμών εισόδου-ακινητοποίησης του βλήματος στο σώμα. Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά.

$$p(\text{πριν}) = p(\text{μετά}) \Rightarrow m u_0 = (m + M)V \Rightarrow 0,1 u_0 = V \quad (1)$$

α)

Το διάστημα που διανύει το βλήμα σε χρόνο  $t_1$  είναι.

$$S_1 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad (2)$$

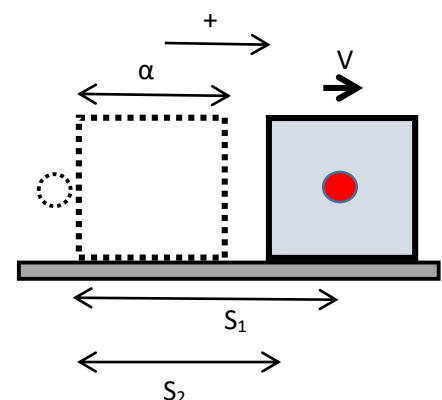
Το διάστημα που διανύει το σώμα σε χρόνο  $t_1$  είναι.

$$S_2 = \frac{1}{2} a_2 t_1^2 \quad (3)$$

$$\text{Από (2),(3)} \Rightarrow S_1 - S_2 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 - \frac{1}{2} a_2 t_1^2 \Rightarrow 0,1 = u_0 t_1 - \left( \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_1^2 \right) \quad (4)$$

Έστω ότι η μέση τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων στο χρονικό

διάστημα  $t_1$  είναι  $\bar{F}$ . Το μέτρο της επιτάχυνσης  $a_1$  είναι  $a_1 = \frac{\bar{F}}{m} = \frac{\bar{F}}{0,1}$  και το μέτρο της επιτάχυνσης



$$\alpha_2 \text{ είναι } \alpha_2 = \frac{\bar{F}}{M} = \frac{\bar{F}}{0,9} . \text{ Άρα } \alpha_1 = 9\alpha_2 \quad (5)$$

$$\text{Από (4),(5)} \Rightarrow 0,1 = u_0 t_1 - \left( \frac{1}{2} \alpha_2 t_1^2 + \frac{1}{2} 9 \alpha_2 t_1^2 \right) \Rightarrow 0,1 = u_0 t_1 - 5 \alpha_2 t_1^2 \Rightarrow$$

$$0,1 = (u_0 - 5 \alpha_2 t_1) t_1 \Rightarrow \quad (6)$$

Η μέση τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο σώμα είναι  $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\bar{F} = \frac{MV}{t_1} \Rightarrow \frac{\bar{F}}{M} = \frac{V}{t_1} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{V}{t_1} \quad V = \alpha_2 t_1$$

$$\text{(ή απευθείας λόγω της ομαλά επιταχυνόμενης του M } V = \alpha_2 t_1 \text{ )} \quad (7)$$

$$\text{Από (1),(6),(7)} \Rightarrow 0,1 = \left( \frac{V}{0,1} - 5 V \right) t_1 \Rightarrow 0,1 = (10V - 5 V) 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$20V = 100 \Rightarrow V = 5 \text{ m/s}$$

β)

$$\text{Από τη σχέση (1)} \Rightarrow 0,1 u_0 = 5 \Rightarrow u_0 = 50 \text{ m/s}$$

γ)

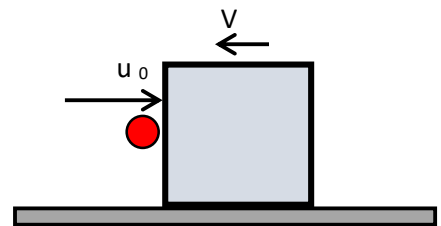
$$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F} = \frac{MV}{t_1} \Rightarrow \bar{F} = \frac{0,9 \cdot 5}{4 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \bar{F} = \frac{4,5}{4 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \bar{F} = 1125 \text{ N}$$

δ)

$$Q = \frac{1}{2} m u_0^2 - \frac{1}{2} (m + M) V^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 50^2 - \frac{1}{2} 5^2 \Rightarrow Q = 112,5 \text{ J}$$

## Εφαρμογή 1

Ομογενές σώμα μάζας  $M=0,9 \text{ Kg}$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $V$  προς τα αριστερά. Το σώμα έχει σχήμα κύβου πλευράς  $a=0,15 \text{ m}$ . Βλήμα μάζας  $m=0,1 \text{ Kg}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u_0$  προς τα δεξιά, σφηνώνεται στο σώμα σε χρονικό διάστημα  $t_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται.



Το βλήμα διανύει την απόσταση  $a=0,15 \text{ m}$  μέσα στο σώμα, μέχρι να ακινητοποιηθεί. Θεωρούμε το βλήμα χωρίς διαστάσεις και τη δύναμη μεταξύ βλήματος – σώματος σταθερού μέτρου, ίσου με τη μέση τιμή του μέτρου της δύναμης μεταξύ τους.

Να βρείτε

α) Το μέτρο της ταχύτητας  $V$  του συσσωματώματος ( Απ.  $V=10 \text{ m/s}$  )

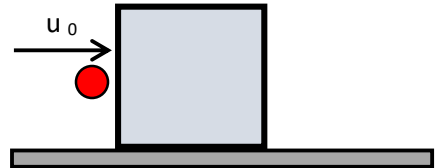
β) Το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$  ( Απ.  $u_0=90 \text{ m/s}$  )

γ) Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων. ( Απ.  $\bar{F} = 3000 \text{ N}$  )

δ) Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τη διάρκεια του φαινομένου. ( Απ.  $Q= 450 \text{ J}$  )

## Παράδειγμα 2

Ομογενές σώμα μάζας  $M=4,5\text{Kg}$  είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα έχει σχήμα κύβου πλευράς  $a=0,2\text{m}$ . Βλήμα όλμου μάζας  $m=0,5\text{m}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u_0=50\text{m/s}$  διαπερνάει οριζόντια το σώμα και βγαίνει από αυτό με ταχύτητα μέτρου  $u$ , σε χρονικό διάστημα  $t_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Θεωρούμε το βλήμα χωρίς διαστάσεις και τη δύναμη μεταξύ βλήματος –σώματος σταθερού μέτρου, ίσου με τη μέση τιμή του μέτρου της δύναμης μεταξύ τους.



Να βρείτε

- Το μέτρο της ταχύτητας  $V$  του σώματος τη στιγμή που εξέρχεται το βλήμα από το σώμα.
- Το μέτρο της ταχύτητας  $u$
- Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων.
- Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τη διέλευση του βλήματος από το σώμα.

Απάντηση.

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ μεταξύ των στιγμών εισόδου-εξόδου του βλήματος. Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά.

$$p_{(\text{πριν})} = p_{(\text{μετά})} \Rightarrow mu_0 = mu + MV \Rightarrow 25 = 0,5u + 4,5V \quad (1)$$

α)

Το διάστημα που διανύει το βλήμα σε χρόνο  $t_1$  είναι.

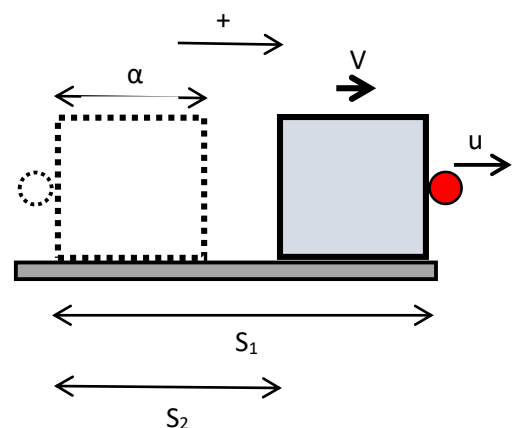
$$S_1 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \Rightarrow S_1 = 50t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad (2)$$

Το διάστημα που διανύει το σώμα σε χρόνο  $t_1$  είναι.

$$S_2 = \frac{1}{2} a_2 t_1^2 \quad (3)$$

$$\text{Από (2),(3)} \Rightarrow S_1 - S_2 = 50t_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 - \frac{1}{2} a_2 t_1^2 \Rightarrow 0,2 = 50t_1 - \left( \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + \frac{1}{2} a_2 t_1^2 \right) \quad (4)$$

Έστω ότι η μέση τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων στο χρονικό



διάστημα  $t_1$  είναι  $\bar{F}$ . Το μέτρο της επιτάχυνσης  $\alpha_1$  είναι  $\alpha_1 = \frac{\bar{F}}{m} = \frac{\bar{F}}{0,5}$  και το μέτρο της επιτάχυνσης

$$\alpha_2 \text{ είναι } \alpha_2 = \frac{\bar{F}}{M} = \frac{\bar{F}}{4,5}. \text{ Άρα } \alpha_1 = 9\alpha_2 \quad (5)$$

$$\text{Από (4),(5)} \Rightarrow 0,2 = 50t_1 - \left(\frac{1}{2}\alpha_2 t_1^2 + \frac{1}{2}9\alpha_2 t_1^2\right) \Rightarrow 0,2 = 50t_1 - 5\alpha_2 t_1^2 \Rightarrow$$

$$0,2 = (50 - 5\alpha_2 t_1)t_1 \Rightarrow \quad (6)$$

Η μέση τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο σώμα είναι  $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\bar{F} = \frac{MV}{t_1} \Rightarrow \frac{\bar{F}}{M} = \frac{V}{t_1} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{V}{t_1} \quad V = \alpha_2 t_1 \quad (7)$$

$$\text{Από (6),(7)} \quad 0,2 = (50 - 5V)t_1 \Rightarrow 0,2 = (50 - 5V)6 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \frac{100}{3} = 50 - 5V \Rightarrow$$

$$5V = \frac{150}{3} - \frac{100}{3} \Rightarrow 5V = \frac{50}{3} \Rightarrow V = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

$$\beta) \text{ Από τη σχέση (1)} \Rightarrow 25 = 0,5u + 4,5 \cdot \frac{10}{3} \Rightarrow 25 = 0,5u + 15 \Rightarrow 0,5u = 10 \Rightarrow u = 20 \text{ m/s.}$$

$$\gamma) \bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F} = \frac{MV}{t_1} \Rightarrow \bar{F} = \frac{4,5 \cdot \frac{10}{3}}{6 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \bar{F} = 2500 \text{ N}$$

$$\delta) Q = \frac{1}{2} m u_0^2 - \frac{1}{2} m u^2 - \frac{1}{2} M V^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 50^2 - \frac{1}{2} 0,5 \cdot 20^2 - \frac{1}{2} 4,5 \left(\frac{10}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

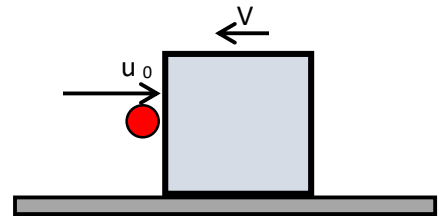
$$Q = 500 \text{ J}$$

## Εφαρμογή 2

Ομογενές σώμα μάζας  $M=4,5\text{Kg}$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $V$  προς τα αριστερά. Το σώμα έχει σχήμα κύβου πλευράς  $a=0,22\text{m}$ .

Βλήμα όλμου μάζας  $m=0,5\text{m}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u_0=50\text{m/s}$  προς τα δεξιά, διαπερνάει οριζόντια το σώμα και βγαίνει από αυτό με ταχύτητα μέτρου  $u$ , σε

χρονικό διάστημα  $t_1 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . Το σώμα ακινητοποιείται τη στιγμή που το βλήμα εξέρχεται από αυτό. Θεωρούμε το βλήμα χωρίς διαστάσεις και τη δύναμη μεταξύ βλήματος – σώματος σταθερού μέτρου, ίσου με τη μέση τιμή του μέτρου της δύναμης μεταξύ τους.



Να βρείτε

α) Το μέτρο της ταχύτητας  $V$  του σώματος. ( Απ.  $V = \frac{10}{3} \text{ m/s}$  )

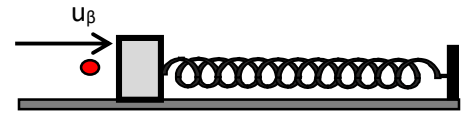
β) Το μέτρο της ταχύτητας  $u$  ( Απ.  $u = 20 \text{ m/s}$  )

γ) Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων. ( Απ.  $\bar{F} = 2500 \text{ N}$  )

δ) Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τη διέλευση του βλήματος από το σώμα. (Απ.  $Q = 550\text{J}$ )

### Παράδειγμα 3

Το σώμα μάζας  $M = 0,9\text{ Kg}$  είναι ακίνητο πάνω σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο και συνδέεται με το άκρο του οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 80\text{N/m}$ . Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το άλλο του άκρο συνδέεται με τοίχο. Βλήμα μάζας  $m = 0,1\text{Kg}$  με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $u_\beta = 100\text{m/s}$  σφηνώνεται ακαριαία στο σώμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος-επιπέδου είναι  $\mu = 1$ .



Να βρείτε

- Την συσπίρωση του ελατηρίου όταν η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενιστεί για πρώτη φορά.
- Τον αριθμό των μηδενισμών της ταχύτητας του συσσωματώματος πριν ακινητοποιηθεί.
- Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα από την αρχή της κίνησής του μέχρι να ακινητοποιηθεί
- Τη θερμότητα που εκλύεται κατά την κρούση του βλήματος με το σώμα και τη θερμότητα που εκλύεται λόγω της τριβής ολίσθησης.

Απάντηση

α) Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ για τη πλαστική κρούση (Σχ.1)  $mu_\beta = (m+M) V_k \Rightarrow$

$$0,1 \cdot 100 = V_k \Rightarrow V_k = 10\text{m/s}$$

Στη θέση  $x_1$  μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος. (Σχ. 2)

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από Φ.Μ. μέχρι  $x_1$ .

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} (m + M) V_k^2 = W_{F_{\epsilon\lambda}} + W_{T_{\text{ολ}}}$$

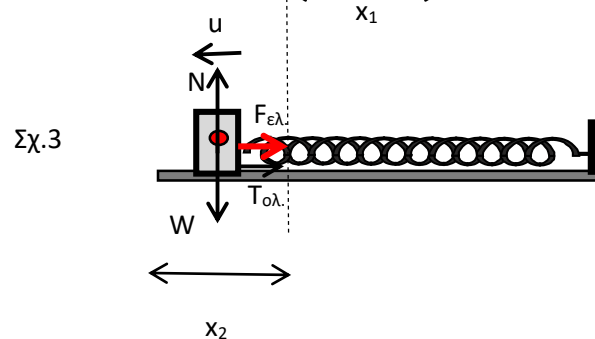
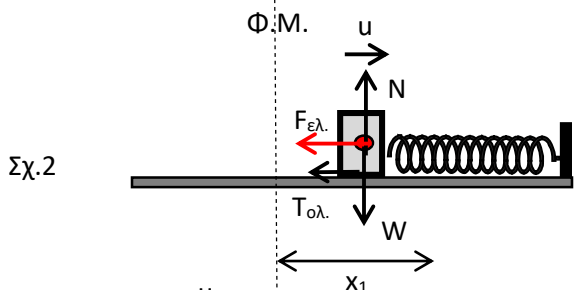
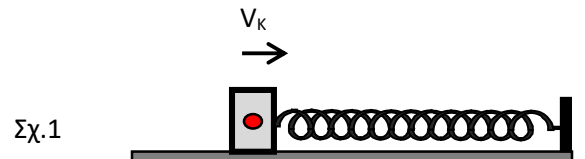
$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 10^2 = U_{(\epsilon\lambda, \text{αρχ})} - U_{(\epsilon\lambda, \text{τελ})} + W_{(T_{\text{ολ}})} \Rightarrow$$

$$-50 = 0 - \frac{1}{2} kx_1^2 - T_{\text{ολ}} \cdot x_1 \Rightarrow$$

$$-50 = -40x_1^2 - \mu N x_1 \Rightarrow 40x_1^2 + 10x_1 - 50 = 0$$

$$\Rightarrow 4x_1^2 + x_1 - 5 = 0 \quad \text{Λύνουμε την εξίσωση}$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 5 = 81, \quad x_{1(1,2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{8} \Rightarrow$$



$$x_{1(1,2)} = \frac{-1 \pm 9}{8} \Rightarrow x_{1(1)} = 1, x_{1(2)} = -5/4 \text{ (απορ.)}$$

β) Στη θέση  $x_2$  μηδενίζεται για δεύτερη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από  $x_1$  μέχρι  $x_2$ .

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow 0 - 0 = W_{F_{ελ.}} + W_{T_{ολ.}} \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2 - T_{ολ.} (x_1 + x_2) \Rightarrow$$

$$0 = 40x_1^2 - 40x_2^2 - 10(x_1 + x_2) \Rightarrow 40x_1^2 - 40x_2^2 = 10(x_1 + x_2) \Rightarrow$$

$$40(x_1^2 - x_2^2) = 10(x_1 + x_2) \Rightarrow 40(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 10(x_1 + x_2) \Rightarrow$$

$$40(x_1 - x_2) = 10 \Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x_2 = x_1 - \frac{1}{4} \Rightarrow x_2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ m}$$

Στη θέση  $x_3$  μηδενίζεται για τρίτη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος. Εφαρμόζοντας το

ΘΜΚΕ από  $x_2$  μέχρι  $x_3$  καταλήγουμε σε ανάλογη σχέση  $x_3 = x_2 - \frac{1}{4}$  ή  $x_3 = x_1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$  ή

$$x_3 = x_1 - 2 \cdot \frac{1}{4} \text{ ή } x_3 = 1 - (3-1) \cdot \frac{1}{4}$$

Άρα για τη ν-στη φορά που θα μηδενιστεί η ταχύτητα θα ισχύει :  $x_v = 1 - (v-1) \cdot \frac{1}{4}$

Για να ακινητοποιηθεί το συσσωμάτωμα τη ν-στη φορά θα πρέπει η δύναμη του ελατηρίου λόγω της παραμόρφωσής του  $x_v$ , να είναι μικρότερη ή ίση της οριακής στατικής τριβής.

$$F_{ελ.(x_v)} \leq T_{στ.ορ.} \Rightarrow k x_v \leq \mu(m+M)g \Rightarrow 80 [1 - (v-1) \cdot \frac{1}{4}] \leq 10 \Rightarrow 1 - (v-1) \cdot \frac{1}{4} \leq \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow 1 - (v-1) \cdot \frac{1}{4} \leq \frac{1}{8} \Rightarrow 8 - 2(v-1) \leq 1 \Rightarrow 8 - 2v + 2 \leq 1 \Rightarrow 2v \geq 9 \Rightarrow v \geq 4,5$$

Και επειδή ν ακέραιος  $v=5$ . Άρα  $x_v = 1 - (5-1) \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow x_v = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow x_v = 0$ .

Δηλαδή θα ακινητοποιηθεί το σώμα στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου, την πέμπτη φορά μηδενισμού της ταχύτητάς του. Επομένως πριν ακινητοποιηθεί η ταχύτητά του μηδενίζεται τέσσερις φορές.

γ)

$$S_{ολ.} = x_1 + 2(x_2 + x_3 + x_4) \Rightarrow S_{ολ.} = 1 + 2\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow S_{ολ.} = 1 + 3 \Rightarrow S_{ολ.} = 4\text{m}$$

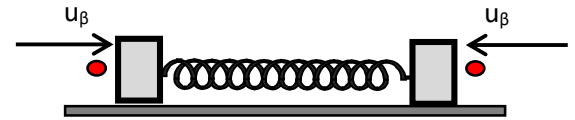
δ)

$$Q_{(κρούσης)} = \frac{1}{2} m u_{\beta}^2 - \frac{1}{2} (m + M) V_{\kappa}^2 \Rightarrow Q_{(κρούσης)} = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 100^2 - \frac{1}{2} 10^2 \Rightarrow Q_{(κρούσης)} = 450\text{J}$$

$$Q_{(τριβής)} = \frac{1}{2} (m + M) V_{\kappa}^2 \Rightarrow Q_{(τριβής)} = 50\text{J}$$

### Εφαρμογή 3

Τα ίδια σώματα μάζας  $M=0,9 \text{ Kg}$  είναι ακίνητα πάνω σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο και συνδέονται με το άκρο του οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=40\text{N/m}$ . Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Δύο ίδια βλήματα μάζας  $m=0,1\text{Kg}$  και οριζόντιας ταχύτητας ίδιου μέτρου  $u_\beta = 50\text{m/s}$  σφηνώνονται ταυτόχρονα και ακαριαία στα σώματα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σωμάτων - επιπέδου είναι  $\mu=1$ .



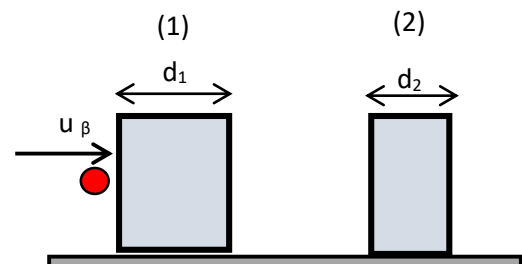
Να βρείτε

- Την συσπίρωση του ελατηρίου όταν η ταχύτητες των συσσωματωμάτων μηδενιστούν για πρώτη φορά. (Απ.  $x_1 = 1\text{m}$  )
- Τον αριθμό των μηδενισμών των ταχυτήτων των συσσωματωμάτων πριν ακινητοποιηθούν. (Απ. Τέσσερις)
- Το διάστημα που διανύει κάθε συσσωμάτωμα από την αρχή της κίνησής του μέχρι να ακινητοποιηθεί (Απ.  $S_{\text{ολ.}} = 2\text{m}$ )
- Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τις κρούσεις των βλημάτων με το σώματα και τη θερμότητα που εκλύεται λόγω των τριβών ολίσθησης. ( Απ.  $Q_{(\text{κρούσης})} = 225\text{J}$  ,  $Q_{(\text{τριβής})} = 25\text{J}$  )

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Δύο ομογενή σώματα (1),(2) σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα μήκη  $d_1$  ,  $d_2$  είναι  $d_1=0,145\text{m}$  και  $d_2 = 0,1\text{m}$ .

Οι μάζες των σωμάτων τους  $M_1, M_2$  είναι  $M_1 = 2\text{Kg}$  και  $M_2 = 1,8\text{Kg}$ . Βλήμα μάζας  $m=0,2\text{Kg}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u_\beta = 100\text{m/s}$  διαπερνάει το σώμα



(1) και σφηνώνεται στο σώμα (2). Το βλήμα ακινητοποιείται ως προς το σώμα (2) ,στο κέντρο του. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος (1) όταν το βλήμα εξέρχεται από αυτό, ισούται με το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος βλήμα-σώμα (2). Θεωρούμε το βλήμα χωρίς διαστάσεις και τις δυνάμεις μεταξύ βλήματος –σωμάτων σταθερού μέτρου, ίσου με τη μέση τιμή των μέτρων των

δυνάμεων μεταξύ τους.

Να βρείτε

α) Το μέτρο της ταχύτητας  $V_2$  του συσσωματώματος ( Απ.  $V_2 = 5\text{m/s}$  )

β) Το χρονικό διάστημα διέλευσης του βλήματος από το σώμα (1) και το χρονικό διάστημα κίνησης του βλήματος μέσα στο σώμα (2) . (Απ  $t_1=t_2 = 2 \cdot 10^{-3}\text{ s}$ )

γ) Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται μεταξύ βλήματος – σώματος (1) και αυτής που ασκείται μεταξύ βλήματος – σώματος (2) . ( Απ.  $\bar{F}_1 = 5000\text{ N}$  ,  $\bar{F}_2 = 4500\text{ N}$  )

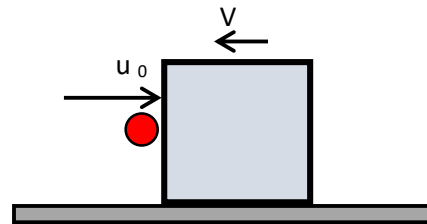
δ ) Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τη διέλευση του βλήματος από το σώμα (1) και τη θερμότητα που εκλύεται όταν σφηνώνεται το βλήμα στο σώμα (2) (Απ.  $Q_1= 725\text{J}$  ,  $Q_2= 225\text{J}$  )

pananasgiannis@yahoo.gr



## Εφαρμογή 1

Ομογενές σώμα μάζας  $M=0,9\text{Kg}$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $V$  προς τα αριστερά. Το σώμα έχει σχήμα κύβου πλευράς  $a=0,15\text{m}$ . Βλήμα μάζας  $m=0,1\text{Kg}$  και οριζόντιας ταχύτητας μέτρου  $u_0$  προς τα δεξιά, σφηνώνεται στο σώμα σε χρονικό διάστημα  $t_1 = 3 \cdot 10^{-3}\text{ s}$  και το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται.



Το βλήμα διανύει την απόσταση  $a=0,15\text{m}$  μέσα στο σώμα, μέχρι να ακινητοποιηθεί. Θεωρούμε το βλήμα χωρίς διαστάσεις και τη δύναμη μεταξύ βλήματος – σώματος σταθερού μέτρου, ίσου με τη μέση τιμή του μέτρου της δύναμης μεταξύ τους.

Να βρείτε

- Το μέτρο της ταχύτητας  $V$  του συσσωματώματος ( Απ.  $V=10\text{m/s}$  )
- Το μέτρο της ταχύτητας  $u_0$  ( Απ.  $u_0 = 90\text{m/s}$  )
- Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων. ( Απ.  $\bar{F} = 3000\text{ N}$  )
- Τη θερμότητα που εκλύεται κατά τη διάρκεια του φαινομένου. (Απ.  $Q= 450\text{J}$  )

Απάντηση.

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ μεταξύ των στιγμών εισόδου-ακινητοποίησης του συσσωματώματος. Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά.

$$p_{(\text{πριν})} = p_{(\text{μετά})} \Rightarrow mu_0 - MV = 0 \Rightarrow u_0 = 9V \quad (1)$$

α)

Το διάστημα που διανύει το βλήμα σε χρόνο  $t_1$  είναι.

$$S_1 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2 \quad (2)$$

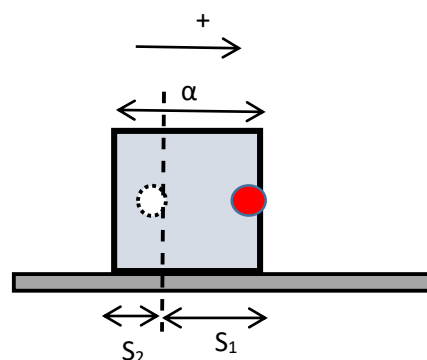
Το διάστημα που διανύει το σώμα σε χρόνο  $t_1$  είναι.

$$S_2 = \frac{1}{2} \alpha_2 t_1^2 \quad (3)$$

$$\text{Από (2),(3)} \Rightarrow S_1 + S_2 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2 + \frac{1}{2} \alpha_2 t_1^2 \Rightarrow 0,15 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2 + \frac{1}{2} \alpha_2 t_1^2 \quad (4)$$

Έστω ότι η μέση τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκείται μεταξύ των σωμάτων στο χρονικό διάστημα  $t_1$  είναι  $\bar{F}$ . Το μέτρο της επιτάχυνσης  $\alpha_1$  είναι  $\alpha_1 = \frac{\bar{F}}{m} = \frac{\bar{F}}{0,1}$  και το μέτρο της επιτάχυνσης

$$\alpha_2 \text{ είναι } \alpha_2 = \frac{\bar{F}}{M} = \frac{\bar{F}}{0,9}. \text{ Άρα } \alpha_1 = 9\alpha_2 \quad (5)$$



$$\text{Από (4),(5)} \Rightarrow 0,15 = u_0 t_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 t_1^2 + \frac{1}{2} 9 \alpha_2 t_1^2 \Rightarrow 0,15 = u_0 t_1 - 4 \alpha_2 t_1^2 \Rightarrow$$

$$0,15 = (u_0 - 4 \alpha_2 t_1)t_1 \Rightarrow \quad (6)$$

Η μέση τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο σώμα είναι  $\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\bar{F} = \frac{MV}{t_1} \Rightarrow \frac{\bar{F}}{M} = \frac{V}{t_1} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{V}{t_1} \quad V = \alpha_2 t_1 \quad (7)$$

$$\text{Από (1),(6),(7)} \Rightarrow 0,15 = (9V - 4V)t_1 \Rightarrow 0,15 = 5V \cdot 3 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$15V = 150 \Rightarrow V = 10 \text{ m/s}$$

β)

$$\text{Από τη σχέση (1)} \Rightarrow u_0 = 9V = 90 \text{ m/s}$$

γ)

$$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F} = \frac{MV}{t_1} \Rightarrow \bar{F} = \frac{0,9 \cdot 10}{3 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \bar{F} = \frac{9}{3 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \bar{F} = 3000 \text{ N}$$

δ)

$$Q = \frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} M V^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 90^2 + \frac{1}{2} 0,9 \cdot 10^2 \Rightarrow Q = 450 \text{ J}$$